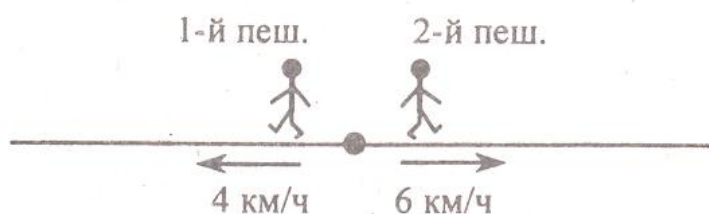
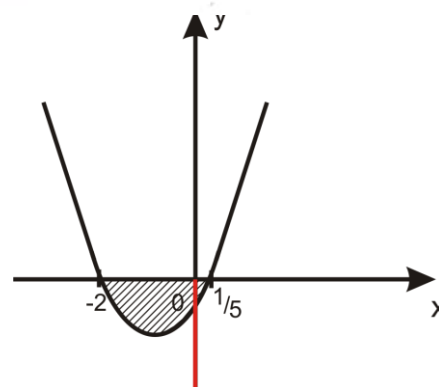


А.И. Горохова    С.А. Мюльбах    Т.В. Репникова

***Методические рекомендации по  
математике  
для обучения детей с задержкой  
психического развития в 5-9 классах***



x	2	1	0	-1	-2
y	4	1	0	1	4



г. Челябинск, 2018

УДК 371.9:51(07)

ББК 74.5:74.262.21

М54

**М54 Методические рекомендации по математике для обучения детей с задержкой психического развития в 5-9 классах / А.И. Горохова, С.А.Мюльбах, Т.В. Репникова. – Челябинск: ИИУМЦ «Образование», 2018.– 82 с.**

Авторы-составители:

**Горохова А.И.** – учитель математики МАОУ «СОШ №73, г. Челябинска»

**Мюльбах С.А.** – учитель математики, заместитель директора по УВР МАОУ «СОШ №73, г. Челябинска»

**Репникова Т.В.** – учитель математики МАОУ «СОШ №73, г. Челябинска»

В сборнике представлены материалы по математике для обучения детей с задержкой психического развития в 5-9 классах, составленные в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта. Представленные в сборнике методические и дидактические материалы могут быть использованы учителями для подготовки к урокам математики, а также для проведения индивидуальных и групповых коррекционных занятий с детьми с задержкой психического развития.

Рецензенты:

**Е.В. Резникова** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры специальной педагогики, психологии и предметных методик Южно-уральского государственного гуманитарно-педагогического университета

**В.А. Бородина** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры специальной педагогики, психологии и предметных методик Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета.

ISBN 978-5-98314-317-3

© А.И. Горохова, С.А. Мюльбах,  
Т.В. Репникова, 2018

## Содержание

<b>Предисловие</b> .....	4
<b>ГЛАВА 1.</b> Методические материалы для оказания педагогической помощи учащимся с задержкой психического развития на уроках математики в 5-6 классах.....	7
<b>ГЛАВА 2.</b> Методические материалы для оказания педагогической помощи учащимся с задержкой психического развития на уроках математики в 7-9 классах.....	44
<b>Заключение</b> .....	79
<b>Список литературы</b> .....	80

## Предисловие

Обучая детей с задержкой психического развития в общеобразовательной школе, у педагогов, не имеющих специального дефектологического образования, возникает вопрос: как можно оказать педагогическую помощь такому ученику в усвоении трудных для его осознания и запоминания математических понятий, действий, задач? Как можно подготовить такого ученика к выпускным экзаменам?

Авторы пособия, учителя математики, на протяжении нескольких лет в экспериментальном режиме на практике оказывали помощь обучающимся с задержкой психического развития (ЗПР), получающим образование в условиях инклюзивной школы. Материалы пособия могут быть полезны как на уроках математики, так и для проведения индивидуальных и групповых коррекционных занятий, предусмотренных системой специального (коррекционного) обучения для детей с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

МАОУ «СОШ №73 г. Челябинска» работает по технологии интегрированного обучения детей с ОВЗ в условиях общеобразовательного класса. Обучение в общеобразовательном классе детей с задержкой психического развития (ЗПР) совместно с нормально развивающимися сверстниками способствует их успешной адаптации к окружающей социальной среде, обогащению практического опыта, развитию умений устанавливать коммуникации. Совместное обучение, в целом, позволяет менее болезненно для детей с ЗПР осуществлять переход в обучении от обучения по специальным учебным планам для обучающихся с ЗПР в начальной школе к усвоению общеобразовательной программы на второй ступени получения образования. В учебных планах для обучающихся с ЗПР предусмотрено проведение индивидуальных коррекционных занятий, которые помогают педагогу дополнительно изучить, повторить, закрепить учебный материал по трудным для усвоения математическим темам. Учитывая особенности психического развития подростков с ЗПР, уровень

сложности изучаемых тем по образовательным программам, педагогами школы были разработаны задания, предлагаемые на коррекционных занятиях учащимся для лучшего усвоения ими программного материала, описаны некоторые способы и приемы обучения решению задач и выполнению арифметических действий.

Творческим коллективом педагогов из рабочих программ по математике в 5-9 классах были отобраны наиболее сложные для восприятия и усвоения детьми с ЗПР тем и разработаны задания для учеников, которые помогли бы им в понимании этих тем.

Математика является одним из основных предметов в усвоении образовательной программы средней школы, поэтому основные задачи преподавания математики заключаются в том, чтобы максимально использовать математические знания для повышения уровня общего развития детей с ЗПР, на уроках математики осуществлять коррекцию недостатков познавательной сферы, развивать и воспитывать ряд личностных качеств (целенаправленность, терпеливость, работоспособность, трудолюбие, самостоятельность, самоконтроль и др.); развивать умение планировать работу, прогнозировать результат своей деятельности и доводить начатое дело до завершения.

Предлагаемые методические материалы можно использовать:

- на первых уроках закрепления вновь изученного учебного материала;
- во время самоподготовки учащихся в домашних условиях;
- на индивидуальных и групповых коррекционных занятиях во внеурочное время;
- во время проведения устного счета для актуализации ранее изученного математического материала;
- для проверки прочности усвоения изученного материала.

Авторы пособия считают, что предложенные методические материалы помогут:

1. Осуществлять поэтапную и систематическую работу учащихся с ОВЗ в классе, дома, во время индивидуальных и групповых коррекционных занятий;
2. Акцентировать внимание учеников на главных моментах содержания учебного материала;
3. Подготавливать школьников для усвоения нового учебного материала путем актуализации ранее полученных знаний и умений;
4. Формировать приемы учебной деятельности учащихся;
5. Побуждать учеников с ЗПР к сознательному усвоению учебного материала.

В пособии предложены задания, ответы к ним, указания по выполнению арифметических действий, пошаговые инструкции для решения математических задач, алгоритмы выполнения заданий, упражнения для самостоятельной работы. Методические материалы ориентированы на достижение учащимися обязательного уровня математической подготовки неполного среднего образования, составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, примерной программы основного общего образования по математике.

## **ГЛАВА 1. Методические материалы для оказания педагогической помощи учащимся с задержкой психического развития в 5-6 классе**

Ведущей идеей современной концепции школьного образования является идея гуманизации, предполагающая учет способностей и возможностей к обучению каждого ученика.

Курс математики в 5–6 классе учитывает особенности познавательной деятельности учеников данного возраста, имеет большое воспитательное значение для формирования личности.

### **Целью данного курса является:**

- развитие у учащихся способности к усвоению новой математической информации;
- развитие мыслительных операций, подвижность, гибкость мышления;
- изучение понятий и утверждений на наглядной основе;
- формирование заинтересованности к математическим знаниям;
- усиление практического аспекта математических знаний, развитие умения применять математику в реальной жизни.

### **Важные особенности содержания курса:**

- увеличение удельного веса арифметической составляющей курса;
- освобождение от излишней алгебраизации;
- включение в курс наглядно - деятельностной геометрии;
- введение новой содержательной линии «Анализ данных».

<b>№ п/п</b>	<b>Тема</b>	<b>Причины сложности усвоения</b>	<b>Примечание</b>
<b>1.</b>	Задачи на движение.	Нет алгоритма, каждая задача требует особого подхода, построения схем, для того, чтобы лучше понять логику	Все темы включены в обязательный математический стандарт, но
<b>2.</b>	Задачи на части.		

<b>3.</b>	Задачи на уравнивание.	на рассуждений.	для детей с ЗПР необязательно решать все задачи учебника.
<b>4.</b>	Действия с обыкновенными дробями.	При сложении и вычитании дробей с разными знаменателями трудность состоит в нахождении общего знаменателя; при умножении и делении в знании основного свойства дроби.	
<b>5.</b>	Умножение десятичных дробей.	Слабое знание таблицы умножения и правила движения запятой.	
<b>6.</b>	Деление десятичных дробей.	Слабое знание таблицы умножения и правил деления.	
<b>7.</b>	Решение задач на умножение и деление десятичных дробей.	Решение текстовых задач, правила умножения и деления десятичных дробей.	
<b>8.</b>	Разные задачи на проценты.	Необходимо знать проценты, отношения.	
<b>9.</b>	Сравнение целых чисел.	Трудность восприятия другого значения знака «минус».	
<b>10.</b>	Сложение целых чисел.	Несколько вариантов правил сложения целых чисел.	
<b>11.</b>	Вычитание целых чисел.	Неразвитое абстрактное мышление.	
<b>12.</b>	Умножение и деление целых чисел.	Замена знаков.	
<b>13.</b>	Действия с рациональными числами.	Большой теоретический объем.	



14.	Решение задач на обратный ход.	Понятие «обратный ход».	
15.	Что такое уравнение.	Знание нахождения неизвестных компонентов, перенос слагаемых из одной части	
16.	Составление уравнений по условию задачи.	Умение выразить неизвестные величины через известные по условию задачи.	

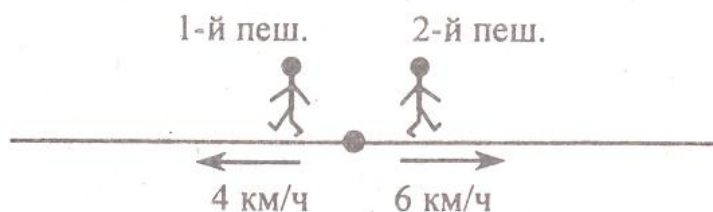
### ТЕМА 1: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

Подготовительной работой для изучения задач на движение, следует считать повторение формулы нахождения пути  $S=v*t$ . Это можно сделать с помощью таблицы:

v	t	s
?	6 минут	120 метров
5 часов	12 км/ч	?
2 часа	?	46 км

Задачи на движение в 5-6 классе отличаются от задач начальной школы тем, что особое внимание уделяется таким понятиям как «скорость сближения» и «скорость удаления». Определённых правил нахождения этих скоростей в программе и учебнике не представлено.

**Задача.** Два пешехода вышли одновременно из одного пункта в противоположных направлениях со скоростями 4 км/ч и 6 км/ч.



Ответьте на вопросы:

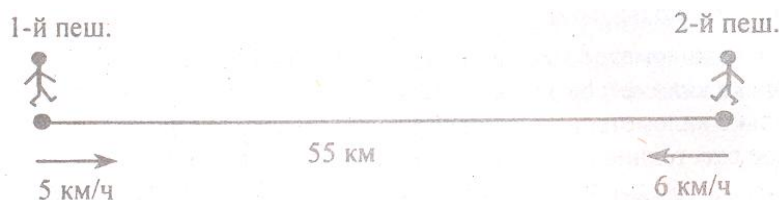
- Сколько километров за 3 часа пройдет первый пешеход?
- Сколько километров за 3 часа пройдет второй пешеход?
- Сколько километров за 3 часа пройдут оба пешехода?
- Какое расстояние будет между пешеходами через 3 часа?
- Через сколько часов расстояние между пешеходами будет 25 км?

УКАЗАНИЕ: Что бы найти время, надо расстояние разделить на скорость.

Выводы:

- 1) Если известны скорости тел, движущихся в противоположных направлениях, то можно найти скорость их удаления. Она будет равна сумме скоростей данных тел.
- 2) Зная скорость удаления тел, можно узнать расстояние между ними через любой промежуток времени и узнать время, за которое они удалятся на определённое расстояние.

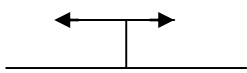
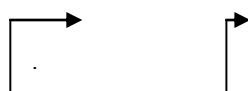
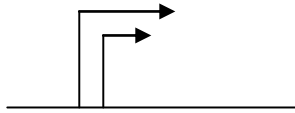

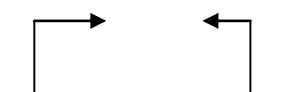
**Задача.** Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу со скоростями 5 км/ч и 6 км/ч. Расстояние между ними 55 км. Через сколько часов произойдёт встреча?



Выводы:

- 1) Если известны скорости тел, движущихся в противоположных направлениях, то можно найти скорость их сближения. Она будет равна сумме скоростей данных тел.
- 2) Зная скорость сближения тел, можно узнать расстояние между ними через любой промежуток времени и узнать время, за которое они сблизятся на определённое расстояние.

На примере этих задач видно, что у учащихся может вызвать затруднение вопрос «Как найти скорость?» в определённой задаче, но используя ниже предложенные схемы можно зрительно представить какое действие необходимо делать, чтобы учесть одновременность начала движения объектов.

Скорость удаления		Скорость сближения	
схема	действие	схема	действие
1.1 V1 V2 	$V1+V2$	2.1 V1 V2 	$V1>V2$ $V1-V2$
1.2 V1 V2 	$V1>V2$ $V1-V2$		
1.3 V1 V2 	$V2>V1$ $V2-V1$	2.2 V1 V2 	$V1+V2$

Предложенные схемы должны быть у каждого ребёнка на рабочем столе.

### Задача 1:

Со станции одновременно в разных направлениях отправились два поезда. Скорость одного поезда 43 км/ч, другого 56 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 часа? (схема 1.1)

### Решение:

Чему равна скорость удаления?

$$56+43=99 \text{ (км/ч)}$$

Какое расстояние будет между поездами?

$$99*2=198(\text{км})$$

Ответ: 198 километров.

**Задача 2:**

Из города одновременно выехали автобус и автомобиль в противоположных направлениях. Скорость автобуса 45 км/ч, скорость автомобиля 55 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 300 км? (схема 1.1)

**Решение:**

$$300:(55+45)=3(\text{ч})$$

Ответ: 3 часа.

**Задача 3:**

Из двух сёл, расстояние между которыми 102 км, одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость одного велосипедиста 15 км/ч, другого 14 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 часа? (схема 2.2)

**Решение:**

$$102-(14+15)*3=15(\text{км})$$

Ответ: 15 километров.

**Задача 4:**

Из города одновременно в одном направлении выехали грузовая и легковая машины. Скорость грузовой машины 75 км/ч, а скорость легковой машины 90 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 4 часа?

(схема 1.2)

**Решение:**

$$(90-75)*4=60(\text{км/ч})$$

Ответ: 60 километров.

**Задача 5:**

Расстояние между двумя сёлами 12 км. Из них выехали одновременно в противоположных направлениях два велосипедиста. Скорость одного 10 км/ч,

а другого 15км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 часа? (схема 1.1)

**Решение:**

$$12+(10+14)*2=62(\text{км})$$

Ответ: 62 километра.

**Задача 6:**

Расстояние между двумя сёлами 20 км. Из них выехали одновременно два велосипедиста в одном направлении. Скорость одного 13 км/ч, а другого, едущего вслед за первым, 11 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 5 часов? (схема 1.3)

**Решение:**

$$20+(13-11)*5=30 (\text{км})$$

Ответ: 30 километров.

**Задача 7:**

Расстояние между городами 165 км. Из них в одном направлении выехали одновременно два автобуса. Скорость одного 60 км/ч, а другого, едущего вслед за ним, 75 км/ч. Через какое время второй автобус догонит первый? (схема 2.1)

**Решение:**

$$165:(75-60)=11(\text{ч})$$

Ответ: 11 часов.

**Задача 8:**

Расстояние между двумя мотоциклистами вначале их одновременного движения навстречу друг другу было равно 220 км. Через какое время оно окажется равным 40 км, если известно, что скорость одного мотоциклиста 60 км/ч и она в 2раза больше скорости другого? (схема 2.2)

**Решение:**

$$(220-40):(60+60:2)=2(\text{ч})$$

Ответ: через 2 часа.

## ТЕМА 2: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ ЧАСТИ ОТ ЦЕЛОГО

Задачи на нахождение части от целого продолжают линию решения текстовых арифметических задач. Сначала рассматриваются задачи, в которых о частях целого говорится явно.

### Задача 1:

Чтобы сварить гречневую кашу, надо взять 2 части крупы и 3 части воды. Сколько потребуется воды, если в кастрюлю положили 150 граммов крупы?

**Решение:**

Крупа-150 г

--	--

Вода-?

--	--	--

Так как 150 г крупы составляют 2 части, то можно узнать, сколько граммов приходится на 1 часть:

$$150:2=75(\text{г})$$

Вода должна составлять 3 части, поэтому воды нужно взять:

$$75*3=225(\text{г})$$

Ответ: требуется 225 граммов воды.

Следующий шаг в усложнении условия задач – увеличение числа компонентов, составляющих смесь, сплав и т. п.

### Задача 2:

Для приготовления рисовой каши надо взять 2 части риса, 3 части молока и 5 частей воды. Сколько молока и сколько воды понадобится, если взять 200 г риса?

**Решение:**

Рис-200 г

--	--

Молоко-?

--	--	--

Вода-?

--	--	--	--	--

Чему равна масса одной части?

$$200:2=100(\text{г})$$

Сколько молока понадобится?

$$100*3=300(\text{г})$$

Сколько воды понадобится?

$$100*5=500(\text{г})$$

Ответ: 300 граммов молока; 500 граммов воды.

Далее решаются задачи, в которых части целого предложены в неявном виде, в них лишь говорится, во сколько раз одна величина больше или меньше другой.

### Задача 3:

Для детских новогодних подарков были закуплены шоколадные конфеты и карамель – всего 20 кг. Сколько было закуплено конфет того и другого сорта, если карамели взяли в 3 раза больше, чем шоколадных конфет?

### Решение:

Это задача, в которой представлены неявно части целого, их надо специально ввести. Будем считать, что шоколадные конфеты составили 1 часть от всех купленных конфет, тогда карамель составила 3 части от общего количества конфет.



Всего на 20 кг приходится  $1+3=4$  части.

На одну часть приходится  $20:4=5$  килограммов

Тогда на 3 части приходится  $5 \cdot 3 = 15$  килограммов

Итак, было куплено 5 кг шоколадных конфет и 15 кг карамели.

Для слухового и зрительного восприятия учащимися содержания задачи и развития умения решать такие задачи можно составлять план решения, делать рисунки или схемы.

#### **Задача 4:**

Для приготовления манной каши берут 10 частей крупы, 1 часть сахара, 50 частей молока и 2 части сливочного масла. В кастрюлю влили 1 литр молока (примерно 1000 граммов). Сколько потребуется крупы, сахара и масла, чтобы сварить кашу?

#### **Решение:**

Молоко: 1000 г - 50 частей

Крупа: ? г - 10 частей

Сахар: ? г - 1 часть

Сколько граммов весит одна часть? (Сколько потребуется сахара?)

$$1000 : 50 = 20(\text{г})$$

Сколько потребуется крупы?

$$20 \cdot 10 = 200(\text{г})$$

Сколько потребуется сливочного масла?

$$20 \cdot 2 = 40(\text{г})$$

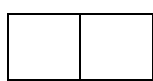
Ответ: 200 г крупы; 40 г масла; 20 г сахара.

#### **Задача 5:**

В сплаве содержится 2 части меди и 1 часть цинка. Сколько меди и цинка содержится в 450 граммах сплава?

#### **Решение:**

Медь



Цинк



450г



Сколько частей всего приходится на сплав?

$$2+1=3(\text{части})$$

Каков вес одной части? (Какова масса цинка?)

$$450:3=150(\text{г})$$

Сколько граммов приходится на 2 части? (Сколько граммов меди содержится в сплаве?)

$$150*2=300(\text{г})$$

Ответ: 150 г цинка; 300 г меди.

### Задача 6:

Для спортивного клуба купили 80 больших и маленьких мячей, причём больших в 4 раза меньше, чем маленьких. Сколько купили больших мячей?

Сколько маленьких?

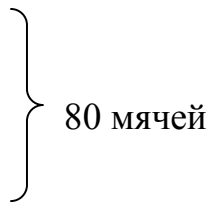
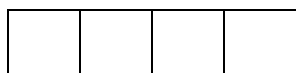
### Решение:

Будем считать, что большие мячи составили 1 часть, тогда большие составили 4 части.

Большие мячи



Маленькие мячи



Сколько всего частей?

$$1+4=5(\text{ч})$$

Сколько больших мячей?

$$80:5=16(\text{м})$$

Сколько маленьких мячей?

$$16*4=64(\text{м})$$

Ответ: 64 маленьких мяча; 16 больших мячей.

### ТЕМА 3: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА УРАВНИВАНИЕ

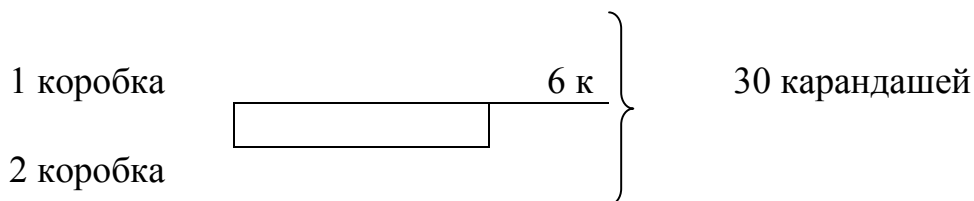
Задачи на уравнивание, также как и задачи на нахождение части продолжают линию решения текстовых задач арифметическим способом. Это задачи, в которых известны сумма двух величин и их разность. Для того чтобы помочь учащимся осознать саму идею уравнивания, целесообразно организовать практическую деятельность по уравниванию величин, рассматриваемых в условии задачи.

#### Задача 1:

В одной коробке на 6 карандашей больше, чем в другой, а всего в двух коробках 30 карандашей. Сколько карандашей в каждой коробке?

#### Решение:

Нужно положить на стол две коробки карандашей и затем сообщить учащимся условие. Задача решается устно, причём решение сопровождается реальными действиями с карандашами: можно забрать 6 карандашей из большой коробки и карандашей станет поровну или добавить 6 карандашей в маленькую коробку.



#### 1 способ:

$(30-6):2=12(\text{к})$  в маленькой коробке.

$12+6=18(\text{к})$  в большой коробке.

#### 2 способ:

$(30+6):2=18(\text{к})$  в большой коробке.

$18-6=12(\text{к})$  в маленькой коробке.

Ответ: 12 карандашей и 18 карандашей.

Проверка:  $12+18=30$

$$18-12=6$$

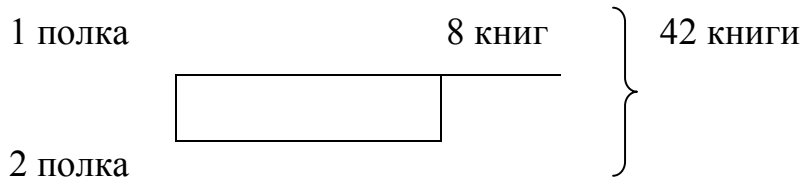
Полученное решение соответствует условию задачи.

При любом способе решения задачи, учащиеся должны привыкнуть выполнять самостоятельно проверку решения задачи (допускается устное выполнение проверки).

**Задача 2:**

На одной полке на 8 книг больше, чем на другой, а всего книг 42. Сколько книг на каждой полке?

**Решение:**



$(42-8):2=17(\text{к})$  на одной полке.      $17+8=25(\text{к})$  на другой полке.

**Задача 3:**

Две подружки сорвали вместе 29 яблок. Одна из них сорвала на 3 яблока меньше, чем другая. Сколько яблок сорвала каждая?

**Задача 4:**

С двух ульев получено 100 кг мёду, с одного из них на 4 кг больше, чем с другого. Сколько мёда получено с каждого улья?

**Задача 5:**

В двух мешках 84 кг картофеля, а в одном из них на 6 кг меньше, чем в другом. Сколько картофеля в каждом мешке?

**Задача 6:**

В двух пакетах 160 апельсинов, а в одном из них на 12 апельсинов больше, чем в другом. Сколько апельсинов в каждом пакете?

**Задача 7:**

Периметр прямоугольника равен 48 см. Его длина на 6 см больше ширины. Найдите стороны прямоугольника.

**Задача 8:**

Вера младше своей сестры на 5 лет, а вместе им 27 лет. Сколько лет каждой из них?

**Задача 9:**

Сумма двух чисел 246, первое больше второго на 52. Найдите эти числа.

**Задача 10:**

В соревнованиях приняли участие 143 спортсмена, причём юношей на 21 больше, чем девушек. Сколько юношей и девушек участвовало в соревнованиях?

**Задача 11:**

Две игрушки стоят вместе 248 рублей. Одна из них дороже другой на 52. Сколько стоит каждая из них?

**ТЕМА 4: ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ.**

Чтобы сложить дроби с **одинаковыми** знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.

$$\frac{3}{15} + \frac{8}{15} = \frac{3+8}{15} = \frac{11}{15}$$

Чтобы сложить дроби с **разными** знаменателями, нужно сначала привести их к общему знаменателю, а затем сложить как дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{9}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15}$$

**№1 Сложите дроби:**

$$а) \frac{5}{9} + \frac{1}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \quad б) \frac{5}{12} + \frac{5}{12} =; \quad в) \frac{2}{7} + \frac{3}{7} =; \quad г) \frac{1}{9} + \frac{4}{9} =;$$

$$д) \frac{1}{3} + \frac{2}{3} =; \quad е) \frac{3}{11} + \frac{5}{11} =; \quad ж) \frac{2}{7} + \frac{3}{7} =; \quad з) \frac{4}{13} + \frac{8}{13} =$$

**№2 Закрасьте указанные части прямоугольника разным цветом. Какая часть закрашена?**

$$а) \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$


$$6) \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} =$$


$$6) \frac{1}{4} + \frac{5}{12} =$$


$$2) \frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$$


$$2) \frac{1}{2} + \frac{2}{5} =$$


$$e) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$$


№3 Найдите сумму:

$$2) \frac{1}{27} + \frac{3}{14} =$$

$$6) \frac{5}{24} + \frac{5}{24} =$$

$$6) \frac{1}{3} + \frac{1}{8} =$$

$$2) \frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$$

$$2) \frac{5}{6} + \frac{1}{3} =$$

$$2) \frac{1}{6} + \frac{2}{9} =$$

№4 Приведите дроби к общему знаменателю и сложите их.

$$a) \frac{1}{4} + \frac{1}{3} =$$

$$6) \frac{1}{5} + \frac{1}{2} =$$

$$6) \frac{1}{3} + \frac{1}{7} =$$

$$2) \frac{2}{3} + \frac{5}{9} =$$

$$2) \frac{3}{8} + \frac{1}{2} =$$

$$e) \frac{1}{14} + \frac{3}{7} =$$

$$2) \frac{4}{5} + \frac{3}{10} =$$

$$3) \frac{5}{7} + \frac{1}{2} =$$

$$u) \frac{5}{8} + \frac{3}{4} =$$

$$к) \frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$$

$$л) \frac{8}{15} + \frac{4}{5} =$$

$$м) \frac{7}{12} + \frac{2}{3} =$$

**№5 Решите задачу:**

Таня  $\frac{2}{5}$  ч пришивала пуговицы к кофточке и  $\frac{2}{15}$  ч гладила её. Хватило ли Тане получаса, чтобы привести в порядок кофточку?

Чтобы найти разность дробей с **одинаковыми** знаменателями, нужно из числителя первой дроби вычесть числитель второй, а знаменатель оставить прежним.

$$\frac{1 \ 13 \ 1-8 \ 8}{15 \ 5 \ 15 \ 1}$$

Чтобы найти разность дробей с **разными** знаменателями, нужно сначала привести их к общему знаменателю, а затем вычесть как дроби с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{11 \ 18 \ 15 \ 6 \ 1}{53 \ 35 \ 35 \ 15}$$

**№6 Найдите разность:**

$$\frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{8}{11} - \frac{5}{11} =$$

$$\frac{7}{12} - \frac{1}{12} =$$

$$\frac{8}{21} - \frac{5}{21} =$$

$$\frac{7}{3} - \frac{4}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{9}{2} - \frac{1}{2} =$$

$$\frac{11}{10} - \frac{7}{10} =$$

$$\frac{17}{8} - \frac{15}{8} =$$

**№7 Найдите разность:**

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2 - 1 \cdot 7}{14} =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{10}{3} - \frac{3}{2} =$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 2 - 1 \cdot 3}{12} =$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{12} =$$

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{15} =$$

$$\frac{11}{8} - \frac{5}{6} =$$

Чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить их числители и знаменатели, произведение числителей записать в числитель, а произведение знаменателей в знаменатель.

$$\frac{24}{35} \cdot \frac{24}{35} = \frac{8}{1}$$

Чтобы умножить натуральное число на дробь, нужно сначала представить это число в виде обыкновенной дроби и воспользоваться правилом умножения дробей.

$$4 \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{7}$$

Чтобы перемножить смешанные дроби, нужно сначала представить их в виде обыкновенных дробей и воспользоваться правилом умножения дробей.

$$1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{3}{8} = 2\frac{3}{8}$$

**№8 Выполните умножение:**

$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{11}$ $\frac{2}{9} \cdot \frac{11}{7}$ $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{19}$	$\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{13}$ $\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4}$ $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{13}$ $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{11}$	$\frac{6}{25} \cdot \frac{15}{17}$ $\frac{14}{15} \cdot \frac{4}{21}$ $\frac{24}{25} \cdot \frac{7}{36}$ $\frac{5}{24} \cdot \frac{16}{17}$
$7 \cdot \frac{3}{4}$ $5 \cdot \frac{3}{25}$ $8 \cdot \frac{1}{4}$	$9 \cdot \frac{2}{3}$ $\frac{5}{7} \cdot 3$ $\frac{3}{8} \cdot 6$	$\frac{3}{8} \cdot 16$ $\frac{3}{5} \cdot 15$ $3 \cdot \frac{4}{9}$

$1 \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7}$ $10 \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}$ $4 \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$ $5 \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7}$	$1 \frac{1}{5} \cdot 5 \frac{5}{9}$ $1 \frac{3}{7} \cdot 2 \frac{4}{5}$ $1 \frac{1}{7} \cdot 2 \frac{5}{8}$ $3 \frac{1}{3} \cdot 2 \frac{1}{10}$	$\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8}$ $\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{12}$ $1 \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{4}{9}$ $\frac{5}{8} \cdot 1 \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{10}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно первую дробь умножить на дробь обратную второй.

$$\begin{array}{r} 25 \ 27 \ 27 \ 1 \\ \hline 37 \ 35 \ 35 \ 1 \end{array}$$

**№ 9 Выполните деление:**

$\frac{5}{9} : \frac{3}{4}$ $\frac{1}{6} : \frac{2}{5}$ $\frac{7}{12} : \frac{1}{5}$ $\frac{3}{11} : \frac{6}{7}$ $\frac{1}{9} : \frac{2}{3}$ $\frac{4}{7} : \frac{12}{5}$ $\frac{9}{16} : \frac{3}{4}$ $\frac{10}{21} : \frac{14}{15}$	$4 : \frac{1}{3}$ $5 : \frac{1}{15}$ $12 : \frac{3}{4}$ $86 : \frac{7}{8}$ $\frac{2}{3} : 5$ $\frac{3}{7} : 21$ $\frac{2}{9} : 9$ $\frac{3}{8} : 24$	$7 \frac{1}{2} : 11 \frac{1}{4}$ $4 \frac{2}{3} : 3 \frac{8}{9}$ $2 \frac{13}{25} : 3 \frac{3}{5}$ $1 \frac{11}{15} : 10 \frac{2}{5}$ $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{9} : \frac{3}{7}$ $\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{100} : 1 \frac{1}{99}$ $\frac{1}{3} : \frac{9}{16} : \frac{4}{25}$ $18 : \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



## ТЕМА 5. УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ.

### Информация.

Вспомним умножение натуральных чисел.

$$\begin{array}{r} 312 \\ \times \\ \hline 508 \\ 2496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 000 \\ \hline 1560 \\ 158496 \end{array}$$

Обратите внимание! Первый множитель 312 умножили не только на 8 и на 5, но и на 0.

Умножая дроби десятичные,  
К запятым их будьте безразличными,  
Надо их, могу сказать заранее,  
Умножать как числа натуральные.  
А в произведении полученном,  
Справа, запятою в каждом случае,  
Отделяйте знаков столько,  
три, пять, шесть...  
Сколько их во множителях вместе есть.

(Н.Д. Зайцева)

$$\begin{array}{r} 3,12 \text{ (две цифры после запятой)} \\ \times \\ \hline 50,8 \text{ (одна цифра после запятой)} \\ 24\ 96 \\ +000 \\ \hline 1560 \\ 158,496 \text{ (три цифры после запятой)} \end{array}$$

### Проверьте , правильно ли понята информация.

Найдем произведение чисел  $64,2 \cdot 0,035$

1) Умножаем, не обращая внимание на запятую

$$\begin{array}{r} 642 \\ \times \\ \hline 0035 \\ 3210 \\ +2526 \end{array}$$

2) Считаем количество цифр после запятой каждом множителе

$$\begin{array}{r}
 28470 \\
 64,2 \\
 \times \underline{0,035} \\
 3210 \\
 + \underline{2526} \\
 2,8470
 \end{array}$$

3) Отделяем справа на лево это количество цифр

**Перемножьте десятичные дроби**  $4,8 \cdot 0,042$

$$\begin{array}{r}
 4,8 \\
 \times \underline{0,042} \\
 \phantom{0} \phantom{0} \\
 + \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0}
 \end{array}$$

Решите самостоятельно.

1)  $12,08 \cdot 0,302$  2)  $5,13 \cdot 9,35$  3)  $1,03 \cdot 20,8$  4)  $1,023 \cdot 0,802$

## ТЕМА 6. ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

### Информация

Вспомним правило деления десятичной дроби на натуральное число.

*Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число нужно:*

- 1) *выполнить деление не обращая внимание на запятую;*
- 2) *поставить в частном запятую, когда закончится деление целой части.*

Знай, что деление дробей десятичных  
 На натуральные числа- обычно.  
 Только запомни совет мой простой:  
 Надо внимательным быть с запятой.  
 Кончил деление целой части,  
 Сразу поставь запятую в частном.

Пример. Разделим «уголком»  $86,1$  на  $7$ .

$$\begin{array}{r}
 86,1 \mid 7 \\
 \text{после} \\
 - \underline{7} \quad 12,3 \\
 \text{единицу,} \\
 16 \\
 \text{продолжим} \\
 - \underline{14} \quad \\
 21
 \end{array}$$

Сначала разделили число  $8$  на  $7$ , затем  $16$ ,  
 этого поставили запятую, поскольку сносим  
 которая относится к дробной части. Затем  
 деление.

$$- \frac{21}{0}$$

Теперь перейдем к делению десятичной дроби. Пусть необходимо найти частное  $1,87 : 1,7$ .

Мы можем делить десятичную дробь на натуральное число. Чтобы делитель стал натуральным числом, необходимо делимое и делитель умножить на 10.

Получаем  $1,87 : 1,7 = 18,7 : 17$ , а на натуральное число умеем делить:

$$\begin{array}{r} 18,7 \overline{)17} \\ - 17 \quad \underline{1,1} \\ \quad 17 \\ - \quad \underline{17} \\ \quad \quad 0 \end{array}$$

Имеем:  $1,87 : 1,7 = 1,1$ . Таким образом, для того чтобы разделить на десятичное число, нужно делимое и делитель умножить на единицу с нулями, чтобы делитель стал натуральным числом. (Перенести запятую вправо на столько цифр, сколько нулей стоит после единицы.)

### **Правило.**

*Чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно:*

- 1) в делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;*
- 2) после этого выполнить на натуральное число.*

### **Проверим, правильно ли понята информация:**

Вычислите:  $4,512 : 1,5$ .

Перенесем запятую на \_\_\_\_\_ цифру, получаем  $45,12 : 15$ .

$$\begin{array}{r} 45,12 \overline{)15} \\ - 45 \quad \underline{3,00} \\ \quad 10 \\ - \quad \underline{0} \\ \quad \quad 120 \\ - \quad \underline{\quad} \\ \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Вычислить:  $0,28 : 0,04$ ;  $28,44 : 23,7$ ;  $1,56 : 0,65$ .

## ТЕМА 7. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Учащимся предлагается закончить фразу учителя.

1. Чтобы найти скорость, с которой движется тело, нужно...
2. Чтобы найти путь, пройденный телом, нужно ...
3. Чтобы найти время, за которое прошло тело путь, нужно...
4. Чтобы найти площадь прямоугольника, нужно...
5. Чтобы найти дробь от числа, нужно...
6. Чтобы найти число по его дроби, нужно...

**Решите задачу.** Найти площадь прямоугольника со сторонами 2,5 см и 1,5 см.

Решение. Площадь прямоугольника вычисляется по формуле  $a \cdot b$ . Поэтому,  
 $2,5 \cdot 1,5$

$$\begin{array}{r} 2,5 \\ * \underline{1,5} \\ \hline 125 \\ + \underline{25} \\ \hline 3,75 \end{array}$$

Ответ: 3,75 см<sup>2</sup>.

**Решите задачу (самостоятельно).**

Найти площадь прямоугольника со сторонами 3.16 мм и 0,7 мм.

**Решить текстовые задачи.**

В первый день на базу доставили 13,6 т картофеля. Во второй- в 2 раза меньше, чем в первый. Сколько картофеля доставили на базу за два дня.

Решение. Найдем сколько картофеля привезли во второй день,  $13,6 : 2 = 6,8$  (т).

Найдем сколько картофеля привезли за два дня,  $13,6 + 6,8 = 20,4$  (т).

Ответ: 20,4 тонны.

**Решить текстовые задачи.**

На элеватор привезли 85,8 т пшеницы, а ржи в 3 раза меньше.

Найдите сколько привезли пшеницы и ржи вместе.

**Решите задачу.**

Объем аквариума  $60,5 \text{ дм}^3$ . Найдите объем, занимаемый водой, если известно, что он составляет  $0,6$  объема аквариума.

Решение. Известна вместимость-  $60,5$  и часть, занимаемая водой-  $0,6$ , чтобы найти каков это объем надо  $60,5 * 0,6 = 36,3 \text{ (дм}^3\text{)}$ .

**Решите задачу.**

В олимпиаде приняло участие  $84$  ученика, что составляет  $0,8$  всех шестиклассников. Сколько шестиклассников в школе?

Решение. Сколько всего шестиклассников не известно, чтобы найти это число надо  $84 : 0,8 = 105$ .

**Решите задачу (самостоятельно).**

Первая машина работала  $1,3$  часа, а вторая лишь  $0,5$  этого времени. Сколько часов работала вторая машина?

Тракторная бригада вспахала  $24,4$  га земли, что составило  $0,4$  площади всего поля. Какова площадь поля?

**ТЕМА 8. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ**

Переход от процента к десятичной дроби при решении задач.

Выразить десятичной дробью:

а)  $121\%$ ; б)  $175\%$ ; в)  $120\%$ ; г)  $250\%$ ; д)  $105\%$ .

Образец.  $130\%$  - это  $130/100 = 1,3$ .

Для нахождения процента от числа нужно выразить процент дробью.

Например: найти  $27\%$  от  $30$ .

Решение.  $27\% = 27 : 100 = 0,27$      $0,27 \cdot 30 = 8,1$ .

**Задача.**

Предприятие изготовило за квартал  $500$  насосов, из которых  $60\%$  имели высшую категорию качества. Сколько насосов высшей категории качества изготовило предприятие?

Решение.  $60\% = 60 : 100 = 0,60 = 0,6$ ;  $500 * 0,6 = 300$  (насосов).

Ответ: 300 насосов.

**Решите задачу (самостоятельно).**

Геологи проделали путь 2400 км, причем пешком они прошли 30% всего пути. Сколько километров геологи прошли пешком?

**Задача.**

Программист получил премию в размере 600 рублей, что составляет 3% всего дохода. Какова заработная плата программиста?

Решение.  $3\% = 3 : 100 = 0,03$ ;  $600 : 0,03 = 20\ 000$  (рублей).

**Решите задачу (самостоятельно).**

Засеяли 24% поля, что составило 45,6 га поля. Найти площадь всего поля.

**Задача.**

В цехе работают 60 рабочих, из них 30 занимаются спортом. Сколько процентов от всего числа рабочих занимаются спортом?

**Решите задачу (самостоятельно).**

В школе обучаются 840 учеников, из них 420 девочек. Сколько процентов девочек учатся в данной школе?

## ТЕМА 9. СРАВНЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Учитель обращается к учащимся:

- Вы часто слышали в прогнозах погоды и в повседневной жизни, как сравнивают температуру воздуха, употребляя при этом слова «ниже» и «выше».

И предлагает ученикам ответить на вопросы:

1 Вчера термометр на улице показывал  $9^{\circ}\text{C}$ , а сегодня он показывает  $13^{\circ}\text{C}$ .

Повысилась или понизилась температура? (повысилась). Запишем

$$9 < 13.$$

2 Вчера термометр на улице показывал  $-3^{\circ}\text{C}$ , а сегодня он показывает  $-7^{\circ}\text{C}$ .

Повысилась или понизилась температура? (понизилась). Запишем

$$-3 > -7.$$

3 Вчера термометр на улице показывал  $0^{\circ}\text{C}$ , а сегодня он показывает  $-5^{\circ}\text{C}$ .

Повысилась или понизилась температура? (понизилась). Запишем

$$0 > -5.$$

4 Вчера термометр на улице показывал  $-2^{\circ}\text{C}$ , а сегодня он показывает  $3^{\circ}\text{C}$ .

Повысилась или понизилась температура? (повысилась). Запишем

$$-2 < 3.$$

**ПРАВИЛО.** Из двух чисел больше то, которое в «ряду» целых чисел стоит правее, и меньше то, которое стоит левее.

Сравните целые числа:

а)  $-2$  и  $-6$ ;

г)  $0$  и  $5$ ;

б)  $5$  и  $-4$ ;

д)  $-7$  и  $-8$ ;

в)  $-1$  и  $3$ ;

е)  $-2$  и  $0$ .

Петя Ленивец невнимательно слушал объяснения учителя, поэтому при сравнении целых чисел сделал несколько ошибок. Проверьте неравенства, составленные Петей, и если нужно, исправьте ошибки.

а)  $5 < 8$ ;

г)  $0 > -4$ ;

б)  $-3 > 2$ ;

д)  $4 < -8$ ;

в)  $-7 < -10$ ;

е)  $-12 > -2$ .

- Правее или левее нуля в ряду целых чисел расположено данное число?
- Сравните это число с нулем.
- Назовите число, следующее за данным в ряду целых чисел.
- Назовите число, предшествующее данному в ряду целых чисел.
- Назовите какое-нибудь число, большее данного.
- Назовите какое-нибудь число, меньшее данного.
- Сравните это число с ему противоположным числом.
- Сравните это число с любым положительным числом.
- Можно ли сравнить это число с любым отрицательным числом? Почему?
- Назовите все отрицательные целые числа, большие данного.

## ТЕМА 10. СЛОЖЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Температура изменения	до	+3	+1	-6	-3
Изменение температуры		-2	-7	+3	-5
Математическая запись		+3+(-2)	+1+(-7)	-6+(+3)	-3+(-5)
Результат		+1	-6	-3	-8

**Сложение целых чисел**

$(-18) + (-73) = -91$ $\begin{array}{r} 18 \\ + 73 \\ \hline 91 \end{array}$	$(-18) + (+73) = +55$ $\begin{array}{r} 73 \\ - 18 \\ \hline 55 \end{array}$	$(+18) + (-73) = -55$ $\begin{array}{r} 73 \\ - 18 \\ \hline 55 \end{array}$
---------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------

Вопросы:

- Как сложить целые числа одного знака?
- Как сложить целые числа разных знаков?

**ПРАВИЛО.** Сумма двух чисел разных знаков может быть как положительным числом, так и отрицательным; знак суммы зависит от того, какое слагаемое «перевесило» - положительное или отрицательное.

Вычислить: а)  $-18+(-21)$

б)  $-45+(+53)$

в)  $35+(-23)$

г)  $+56+(-13)$

Вычислить: а)  $-7+(-9)+(-3)+6+9+1$

б)  $-14+5+(-6)+(-19)+14$

г)  $23+(-41)+(-16)+62+(-23)+10$

Вставьте пропущенное слагаемое.

а)  $5+\dots=1$ ;    б)  $11+\dots=0$ ;    в)  $-3+\dots=-9$ ;    г)  $2+\dots=-5$ .

Какое из данных чисел нужно поставить вместо многоточия, чтобы получилось верное равенство?

а)  $6+\dots=2$

4; -2; -4; -6; -8

б)  $9+\dots=0$

-7; 9; -12; 0; -9

в)  $-3+\dots=-8$

-3; -5; -11; 5; -8



г)  $2 + \dots = -9$

$-5; -7; 7; -11; -4.$

Найдите значение выражения, записанных в левом столбце, и для каждого из них найдите результат из первого столбца:

1.  $(-8) + (+17)$       А.  $-67$

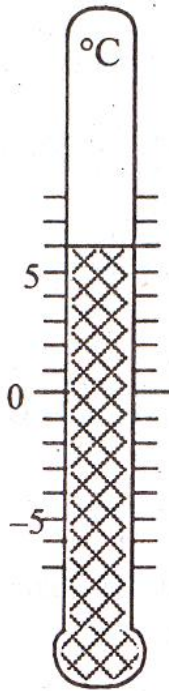
2.  $(-19) + (-42)$       Б.  $36$

3.  $(+26) + (-93)$       В.  $11$

4.  $(+81) + (-45)$       Г.  $-162$

5.  $(-124) + (-38)$       Д.  $-61$

## ТЕМА 11. ВЫЧИТАНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ



Зафиксируем результаты и занесем их в таблицу.

1) В первый час температура понизилась на  $4^{\circ}\text{C}$ .

Какой стала температура? ( $2^{\circ}\text{C}$ .)

Запишем:  $6 - 4 = 2$ .

2) Во второй час температура понизилась на  $2^{\circ}\text{C}$ .

Какой стала температура? ( $0^{\circ}\text{C}$ .)

Запишем:  $2 - 2 = 0$ .

3) В третий час температура повысилась на  $3^{\circ}\text{C}$ .

Какой стала температура? ( $3^{\circ}\text{C}$ .)

Запишем:  $0 + 3 = 3$ .

4) В четвертый час температура понизилась на  $5^{\circ}\text{C}$ . Какой стала температура? ( $-2^{\circ}\text{C}$ .)

Запишем:  $3 - 5 = -2$ .

5) В пятый час температура понизилась на  $4^{\circ}\text{C}$ . Какой стала температура? ( $-6^{\circ}\text{C}$ .)

Запишем:  $-2 - 4 = -6$ .

Температура до изменения, $^{\circ}\text{C}$	6	2	0	3	-2
Изменение температуры, $^{\circ}\text{C}$	понижение на 4	понижение на 2	повышение на 3	понижение на 5	понижение на 4
Математическая запись	$6 - 4$	$2 - 2$	$0 + 3$	$3 - 5$	$-2 - 4$
Результат	2	0	3	-2	-6

**ПРАВИЛО.** Чтобы из одного числа вычесть другое, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

Заполните таблицу:

$a$	$b$	$a + b$	$a - b$	$b - a$
1	2	3	4	5
-15	7			
6		-2		
	-9		4	
-11				7
	5	-14		
	-18			21
30			-43	
-22		-39		

## ТЕМА 12. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

$$-6 \cdot 3 \quad -5 \cdot (-4) \quad 2 \cdot 9 \quad 7 \cdot (-5) \quad -14 \cdot (-8) \quad 10 \cdot (-2) \quad 3 \cdot 11$$

$$-7 \cdot 8 \quad -12 \cdot (-3) \quad 4 \cdot (-19)$$

Разделите примеры на две группы. По какому признаку вы это сделали? (*множители имеют одинаковые знаки; множители имеют разные знаки*)

**ПРАВИЛО.** Произведение двух чисел одного знака положительно, а произведение двух чисел разных знаков отрицательно.

**АЛГОРИТМ:**

Чтобы найти произведение двух целых чисел, нужно:

1. Определить знак произведения.
2. Найти произведение чисел.
3. Записать результат.

Пример:  $4 \cdot (-8)$

1.  $4 \cdot (-8) = -$
2.  $4 \cdot 8 = 32$
3.  $4 \cdot (-8) = -32$ .

Первый множитель	Второй множитель	Произведение
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

$$-48 \cdot (-35) = +$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 35 \\ \hline 240 \\ + 144 \\ \hline 1680 \end{array}$$

Вычислите:

- 1)  $-3 \cdot 5$     2)  $7 \cdot (-2)$     3)  $-9 \cdot (-6)$     4)  $56 \cdot (-1)$     5)  $-13 \cdot 4$     6)  $-8 \cdot 11$
- 7)  $-60 \cdot (-7)$     8)  $5 \cdot 2 \cdot (-4)$ .

Рассмотрим примеры.

1)  $3 \cdot x=12$    2)  $-3 \cdot x=12$    3)  $3 \cdot x=-12$    4)  $-3 \cdot x=-12$

Подбери  $x$  для каждого случая

( $x=4$        $x=-4$        $x=-4$        $x=4$ )

Решим уравнение, найдем неизвестный множитель

( $x=12:3$      $x=12(-3)$      $x=-12:3$      $x=-12(-3)$ )

Получили равенства.  $12:3=4$ ;

$$12(-3)=-4;$$

$$-12:3=-4;$$

$$-12:(-3)=-4.$$

**ПРАВИЛО.** Частное двух чисел одного знака положительно, частное двух чисел разных знаков отрицательно.

**АЛГОРИТМ:**

Чтобы найти частное двух чисел, нужно:

1. Определить знак частного.
2. Выполнить деление, не обращая внимания на знаки.
3. Записать результат.

Пример:  $63:(-7)$

1.  $63:(-7)=-$
2.  $63:7=9$
3.  $63:(-7)=-9$ .

**Деление целых чисел**

Делимое	Делитель	Частное
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

$736 : (-23) = -$

736	23
-69	32
46	
-46	
0	

Вычислите:

- 1)  $-32 : (-4)$  2)  $-300 : (-6)$  3)  $27 : (-3)$  4)  $72 : (-8)$  5)  $-49 : 7$  6)  $-120 : 40$   
 7)  $500 : (-25)$  8)  $400 : (-8)$ .

Вычислите:

- |                                |                              |
|--------------------------------|------------------------------|
| а) $36 \cdot (-45) : (-90)$ ;  | е) $56 \cdot (-28) : 49$ ;   |
| б) $-35 \cdot (-16) : 56$ ;    | ж) $-72 \cdot (-45) : 81$ ;  |
| в) $34 \cdot (-72) : 153$ ;    | з) $-45 \cdot 24 : (-24)$ ;  |
| г) $68 \cdot (-12) : (-102)$ ; | и) $49 \cdot (-56) : 7$ ;    |
| д) $72 \cdot (-16) : 144$ ;    | к) $-96 \cdot (-21) : (-28)$ |

### ТЕМА 13. ДЕЙСТВИЯ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

**Правило.**

*Чтобы найти сумму двух отрицательных чисел, нужно:*

- 1) сложить их модули;
- 2) поставить перед полученным результатом знак «минус».

Пример:  $-\frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right)$ .

Сложим модули чисел  $-\frac{1}{5}$  и  $-\frac{3}{5}$ . Получим:

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}. \text{ Значит, } -\frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5}.$$

### Сумма отрицательных чисел

$$-\frac{3}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right)$$

Способ 1

$$-\frac{3}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{5}{7}$$

знак  
результата

Сложим модули:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)$$

Способ 2

$$-\frac{3}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right) = -\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\right) = -\frac{5}{7}$$

знак  
результата

сумма  
модулей

### Сумма чисел разных знаков

$$-\frac{2}{5} + \frac{9}{10}$$

Способ 1

$$-\frac{2}{5} + \frac{9}{10} = -\frac{4}{10} + \frac{9}{10} =$$

$$= +\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

знак  
результата

Из большего модуля  
вычли меньший:

$$\frac{9}{10} - \frac{4}{10} = \frac{5}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

Способ 2

$$-\frac{2}{5} + \frac{9}{10} = -\frac{4}{10} + \frac{9}{10} =$$

$$= +\left(\frac{9}{10} - \frac{4}{10}\right) = \frac{1}{2}$$

знак  
результата

разность  
модулей

1. Вычислите:

а)  $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$ ;

б)  $-\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$ ;

в)  $0,43 + (-3,2)$ .

2. Вычислите:

а)  $-0,4 + 2,5$ ;

б)  $2,6 - (-0,2)$ .

3. Выполните действия:

а)  $-0,6 + 5 - 4,5$ ;

б)  $\frac{2}{5} - \frac{6}{7} + \frac{1}{10}$ .

Если вы верно выполните задания и выберете правильные ответы, то узнаете, как назывался способ обозначения цифр с помощью букв.

Задание: вычислите:

1)  $-\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$ .

Г.  $\frac{3}{10}$

К.  $\frac{1}{10}$

Ч.  $-\frac{1}{10}$

Ц.  $-\frac{3}{10}$

2)  $\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$ .

А.  $-\frac{1}{5}$

И.  $-\frac{7}{20}$

У.  $-\frac{23}{20}$

Е.  $\frac{7}{20}$

3)  $-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ .

К.  $\frac{5}{6}$

Н.  $-\frac{1}{60}$

Ф.  $-\frac{5}{6}$

Ш.  $-\frac{2}{3}$

4)  $-\frac{2}{9} - \left(-\frac{1}{3}\right)$ .

А.  $-\frac{1}{9}$

И.  $\frac{1}{9}$

Р.  $-\frac{5}{9}$

Т.  $\frac{5}{9}$

5)  $-1\frac{3}{7} - \frac{1}{14}$ .

Р.  $-\frac{3}{2}$

С.  $-\frac{11}{7}$

Т.  $-\frac{19}{14}$

Ч.  $-1\frac{1}{7}$

6)  $\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$ .

А.  $\frac{7}{6}$

И.  $-\frac{3}{2}$

У.  $-1\frac{2}{3}$

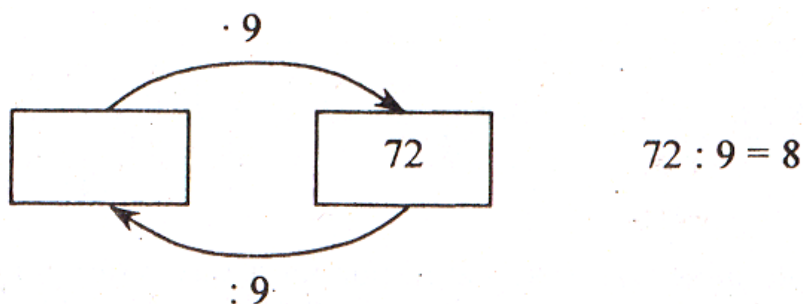
Ь.  $-\frac{7}{6}$

Ответ: ЦИФРЬ.

## ТЕМА 14. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ОБРАТНЫЙ ХОД

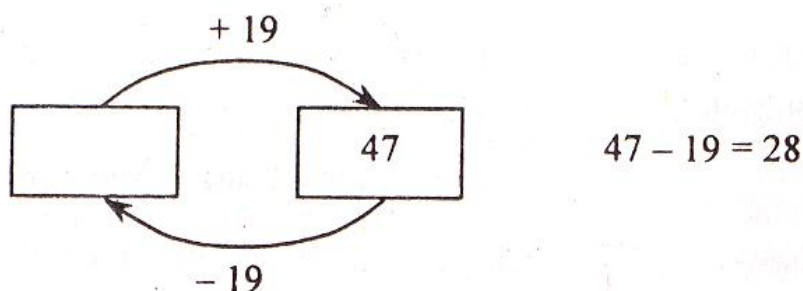
### Задача.

Я задумал число, умножил его на 9 и получил 72. Какое число я задумал?



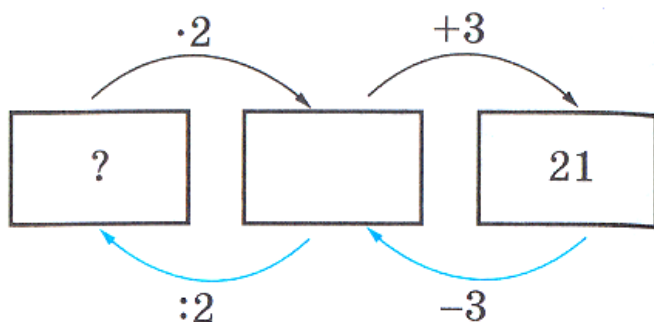
### Задача.

Я задумал число, прибавил к нему 19 и получил 47. Какое число я задумал?



### Задача.

Петя задумал число, умножил его на 2, прибавил 3 и получил 21. Какое число задумал Петя?



### Реши задачу.

Я задумал число, умножил его на 5, прибавил 3 и получил 38. Какое число я задумал?

### Реши задачу.

Ваня задумал число, умножил его на 7, к результату прибавил 8, полученное число разделил на 3 и из результата вычел 10. Получилось 226. Какое число задумал Ваня?



### Реши задачу.

Маша задумала число, прибавила к нему 5, результат умножила на 3, из получившегося произведения вычла 7 и получила 32. Какое число задумала Маша?

### Реши задачу.

На первой остановке в автобус вошло 7 человек, а вышло 13, на второй остановке вошло 10 человек, а вышло 6. В автобусе осталось 25 человек. Сколько человек было в автобусе до первой остановки?

## ТЕМА 15. ЧТО ТАКОЕ УРАВНЕНИЕ

1)  $a + b = c$

Вспомним как называются компоненты при сложении.

-Как найти  $a$ , зная  $b$  и  $c$ ? Как найти  $b$ , зная  $a$  и  $c$ ?

2)  $a - b = c$ .

Вспомним как называются компоненты при вычитании.

-Как найти  $a$ , зная  $b$  и  $c$ ? Как найти  $b$ , зная  $a$  и  $c$ ?

3)  $a \cdot b = c$

Вспомним как называются компоненты при умножении.

-Как найти  $a$ , зная  $b$  и  $c$ ? Как найти  $b$ , зная  $a$  и  $c$ ?

4)  $a : b = c$

Вспомним как называются компоненты при делении.

-Как найти  $a$ , зная  $b$  и  $c$ ? Как найти  $b$ , зная  $a$  и  $c$ ?

Реши уравнения и проверь, правильно ли найдены корни.

а)  $x + 9 = 29$ ;

г)  $60 - c = 18$ ;

б)  $1,5 + y = 5,1$ ;

д)  $10 \cdot k = 1,5$ ;

в)  $b - 7,3 = 10,7$ ;

е)  $5 : x = 6,5$ .

Есть ли среди чисел 3, 4 и 5 корень уравнения:

а)  $2x - 1 = 9$ ;

в)  $4x = 8$ ;

в)  $10 - 3x = 1$ ;

г)  $36 : x = 12$ ?

## ТЕМА 16. СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ПО УСЛОВИЮ ЗАДАЧИ

Для того чтобы представить условие задачи в виде уравнения, необходимо перевести данные задачи с русского языка на математический

На русском языке	На математическом языке
Задумали число	$x$
Вычли из него 10	$x - 10$
Результат умножили на $1/2$	$1/2(x - 10)$
К произведению прибавить 12	$1/2(x - 10) + 12$
Полученное число умножили на 5 и получили 70	$(1/2(x - 10) + 12) * 5 = 70$

### Решите задачу с помощью уравнения.

Задумали число, умножили его на 10, к результату прибавили 30, получили 100. Какое число задумали?

Решение. Задумали	$x$
Умножили на 10	$10x$
Прибавили 30	$10x + 30$
Получили 100	$10x + 30 = 100$
$10x + 30 = 100$	
$10x = 100 - 30$	
$10x = 70$	
$x = 70 : 10$	
$x = 7$	

Ответ: задумано число 7.

### Решите задачу.

Задумали число, вычли из него 15 и умножили на 6, получили 90. Какое число задумали.

### Задача.

В двух коробках 27 карандашей, причем в одной из них на 5 карандашей больше, чем в другой. Сколько карандашей в каждой коробке?

Решение. I - ? на 5 к. больше  $x + 5$

II - ?  $x$

Всего — 27 к.  $x + x + 5 = 27.$

$$x + x + 5 = 27$$

$$2x + 5 = 27$$

$$2x = 27 - 5$$

$$2x = 22$$

$$x = 22 : 2$$

$x = 11$  (кар.) - во второй коробке

$11 + 5 = 16$  (кар.) - в первой коробке

Ответ: в первой коробке 16 карандашей, во второй коробке 11.

**Решите задачу с помощью уравнения:**

Дорога от дома до школы проходит мимо почты. Расстояние от дома до почты на 200 м больше, чем расстояние от почты до школы. Все расстояние от дома до школы равно 1500 м. Чему равно расстояние от почты до школы?

## **ГЛАВА 2. Методические материалы для оказания педагогической помощи учащимся с задержкой психического развития в 7-9 классах**

Включение в содержание курса «Математики» в 7-9 классах блока арифметических вопросов отвечает общей концепции курса математики 5-9 классов, согласно которой увеличивается удельный вес арифметической составляющей. Внимание уделяется развитию вычислительной культуры школьников, обучению различным приёмам выполнения действий с дробями, вычислениям с процентами. Рассматриваются такие практически значимые вопросы, как отношения, пропорции, прямая и обратная пропорциональности. Свойства арифметических действий для учащихся становятся законами преобразования буквенных выражений.

Основной целью алгебраического блока является формирование оперативных умений - выполнять действия с многочленами, раскладывать многочлены на множители. При изучении темы «Алгебраические дроби» у учащихся формируется умение выполнять все действия с ними. При изучении темы «Квадратные корни» систематизируются сведения о рациональных числах, вводится понятие иррационального и действительного числа, формируются навыки простейших преобразований выражений, содержащих квадратные корни. Основная цель при изучении данной темы - выработать умение решать квадратные уравнения любых видов и применять их в решении задач.

Изучая тему «Системы уравнений», реализуется следующая задача: формировать умение решать системы уравнений разными способами (подстановкой, сложением, графически). К алгебраическим фрагментам примыкает блок, связанный с работой на координатной плоскости. Основная цель при изучении темы «Функции» - выработать умение построения графиков функций и описывать их свойства.

Блок «Анализ данных» - новая линия школьного курса «Математики». Эта линия содержит решение комбинаторных задач, элементы описательной статистики и формирование начальных вероятностных представлений.

Целью изучения курса «Математика. Арифметика. Алгебра. Анализ данных» в 7-9 классе является:

- развитие вычислительных навыков,
- развитие формально-оперативных навыков, позволяющих осуществить естественный переход к алгебраическому методу решения задач;
- усвоение аппарата уравнений,
- привитие интереса к предмету,
- развитие логического мышления,
- формирование первичных графических навыков,
- формирование начальных вероятностных представлений.

Прикладная направленность курса обеспечивается систематическим обращением к примерам, позволяющим изучать действительность, решением практических задач. Подготовка учащихся по данному предмету включает в себя следующие содержательные линии:

- ✓ Вычислительные навыки;
- ✓ Тожественные преобразования;
- ✓ Решение текстовых задач;
- ✓ Решение уравнений и неравенств;
- ✓ Функция, график функции.

№ п/п	Тема	Причина усвоения сложности	Примечание
1	Раскрытие скобок	Все действия этих тем выполняются по алгоритму, но в связи с их абстрактностью вызывают трудности при изучении.	Эти темы составляют основу курса алгебры.
2	Разложение на множители		
3	Сокращение алгебраических дробей. Умножение и деление алгебраических	Неумение отличать одночлен и многочлен, т.е. в многочлене $3x^2+4x-8$ , $3x^2$ - воспринимается, как множитель, а не слагаемое,	

	дробей.	при сокращении дробей можно сокращать только множители.
4	Сложение и вычитание алгебраических дробей.	Сложный алгоритм сложения алгебраических дробей, состоящих из шести пунктов, неумение анализировать задание (часто путают с умножением алгебраических дробей), определение общего знаменателя.
5	Упрощение выражений, содержащих степень с целым показателем.	Затруднен анализ данных задачи и восприятие в применении сразу нескольких свойств степеней в одной задаче.
6	Квадратные корни.	Новое обратное действие, связанное со степенью числа, абстрактное понятие.
7	Что такое функция. Область определения функции.	Трудности установления зависимости между абстрактными величинами, определение зависимой и независимой величин, уметь установить ее графически, работа с формулами.
8	Построение графика квадратичной функции.	Усвоение понятий функции, определение места аргумента и функции, алгоритм построения графика (несколько этапов, большая вычислительная работа), трудности в установлении зависимости по графику.
9	Квадратные неравенства. Решение квадратных неравенств	Анализ задания и применение способа решения линейных неравенств к решению квадратных. Неумение

	графически.	видеть способы разложения квадратного трехчлена на множители.	
10	Метод интервалов.		
11	Дробные уравнения.	Определение общего знаменателя, сокращение дробей, умножение дробей.	

## ТЕМА 1. РАСКРЫТИЕ СКОБОК

**Тема «Раскрытие скобок» в курсе алгебры рассматривается поэтапно:**

- раскрытие скобок;
- умножение одночлена на многочлен;
- умножение многочлена на многочлен;
- формулы сокращённого умножения.

**Без знания этой темы невозможно изучение многих тем алгебры:**

- уравнения;
- неравенства;
- алгебраические дроби.

### **Правила раскрытия скобок**

$$a+(b+c)=a+b+c$$

$$a-(b+c)=a-b-c$$

$$a*(b+c)=a*b+a*c$$

### **№ 1. Раскройте скобки:**

5 а)  $m-(-3n-5k)$ ;

2) а)  $-2*(x-y-z)$ ;

б)  $-x+(-2a+0,3b)$ ;

б)  $3*(-a+b)$ ;

с)  $3c-(2b-3x-5y)$ ;

с)  $-2*(2x-5y)$ ;

д)  $3x+(-y+5a)$ ;

д)  $0,3*(-30a+40b)$ ;

е)  $-7a-(-2b-3c)$ ;

е)  $-3*(-2a+5b)$ ;

ф)  $12p-(2a-3b+7c)$ .

ф)  $0,5*(20c-60d)$ .

Умножение одночлена на многочлен			
$S(ABCD)=ab+ac$ $S(ABCD)=a(b+c)$ <u><math>a*(b+c)=a*b+a*c</math></u>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>B    b    c    C</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">a</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> </div> <div style="text-align: right; padding-right: 20px;">A</div> </div> <p>D</p>	a	
a			
$S(ABCD)=a(b-c)$ $S(ABCD)=ab-ac$ <u><math>a*(b-c)=a*b-a*c</math></u>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>B            C b</p> <table border="1" style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">a</td> <td style="padding: 5px;">c</td> </tr> </table> </div> <div style="text-align: right; padding-right: 20px;">A    D</div> </div>	a	c
a	c		

**№2** Выполните умножение по образцу:

Образец:

$$\cancel{2b(3+4)} = \cancel{2b(3)} + \cancel{2b(4)} = \cancel{2b(3)} + \cancel{2b(4)} = \cancel{2b(3)} + \cancel{2b(4)} = \cancel{6b} + \cancel{8b} = \cancel{6b} + \cancel{8b}$$

$$\cancel{1(3b+7)}$$

$$\cancel{2x^2(3+1)}$$

$$\cancel{31(2b+5)}$$

$$\cancel{4x^2(2^2+5)}$$

**№3** Представьте произведение в виде многочлена:

1)  $(4b^3 - 3b^2 + 7b - 10) \cdot (-2b^2)$

2)  $-3c^2(2c^4 - c^3 - 8c + 10)$

3)  $5(a - b + 2c)$

4)  $-5(a - b + 2c)$

5)  $12ab \cdot (-3a^2 + 5b^2)$

6)  $(4m^2 - 7m - 1) \cdot (-5m^3)$

7)  $7 \cdot (x - 2y + z)$

8)  $-7 \cdot (x - 2y + z)$

**№4** Представьте по образцу в виде многочлена выражение:

Образец:

$$a+b*(m-n)=a+(bm-bn)=a+bm-bn$$

$$a-b*(m-n)=a+(-bm+bn)=a-bm+bn$$



- 1)  $7a + 3(a - b)$
- 2)  $-5a + 2(2,5a - b)$
- 3)  $7x^2 - 3x(x - 5)$
- 4)  $5a^2 - 2a(2,5 - b)$
- 5)  $2x - 3(x - y)$
- 6)  $-4x + 2(2x - 5)$
- 7)  $2a^2 - 5a(a + b)$
- 8)  $10x^2 + 5x(-2x + 1)$

**№5 Представьте по образцу в виде многочлена выражение:**

**Образец:**

$$a*(b-c)+d*(m+n)=(ab-ac)+(dm+dn)=ab-ac+dm+dn$$

$$a*(b-c)-d*(m-n)=(ab-ac)-(dm-dn)=ab-ac-dm+dn$$

- 1)  $4a(5a-2)+7a(3a-4)$
- 2)  $-2b(b-4)+3b(-2b+7)$
- 3)  $3x(x-1)-5x(x-2)$
- 4)  $2a(a-7)-3a(a+2)+6(a^2-3)$
- 5)  $11x(2x-3)+5x(x-4)$
- 6)  $-5x(x+2)+4x(-x+7)$
- 7)  $3x(x-7)-9x(2x-1)$
- 8)  $-2a(a+3)-4a(a-5)+7(a^2-1)$

**Умножение многочлена на многочлен**

Чтобы умножить многочлен на многочлен нужно каждый член первого многочлена умножить на каждый член второго многочлена

$$(a+b)*(c+d)=a*(c+d)+b*(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

$$(a-b)*(c+d)=a*(c+d)-b*(c+d)=ac+ad-bc-bd$$

$$(a-b)*(c-d)=a*(c-d)-b*(c-d)=ac-ad-bc+bd$$

$$(a+b)*(c-d)=a*(c-d)+b*(c-d)=ac-ad+bc-bd$$

**№6 Представьте в виде многочлена стандартного вида:**

- |                      |                             |
|----------------------|-----------------------------|
| 1) $(x-7)*(x+1)$     | 16) $(5a+2b-1)*(-2a-3b)$    |
| 2) $(2a-5)*(1-2a)$   | 17) $(4a^3b-7a^2b^2)*(a-b)$ |
| 3) $(3a-2b)*(2a+b)$  | 18) $(a^2-2a-3)*(a+1)$      |
| 4) $(a-b)*(2a-b-1)$  | 19) $(x^3-x^2+x-1)*(x-1)$   |
| 5) $(x^2-1)*(x^2+3)$ | 20) $(3x-5y-2)*(-7x-1)$     |
| 6) $(a+5)*(a-4)$     | 21) $(5x^2y-4xy^2)*(x-y)$   |

7)  $(3x-1)*(3-2x)$

22)  $(a^2 - a + 3)*(a-4)$

8)  $(3a+b)*(b-2a)$

23)  $(m^3 + m^2 + m + 1)*(m-1)$

9)  $(x-y)*(2x+y-3)$

10)  $(a^2 - 3)*(a^2 + 5)$

11)  $(c-7)*(c+2)$

12)  $(5c+2)*(1-2c)$

13)  $(3c-2d)*(d-c)$

14)  $(a+b)*(3a-b+2)$

15)  $(x^2 + 1)*(4-x^2)$

**Формулы сокращённого умножения:**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

**№7 Представьте в виде многочлена стандартного вида:**

1.  $(x+2)^2 = x^2 + 2x + 2 + 2 = \dots$

7.  $(5x-7)^2 = 25x^2 - 70x + 49$

2.  $(m+4)^2$

8.  $(4a-b)^2$

3.  $(a+9)^2$

9.  $(7m-2)^2$

4.  $(2a+3b)^2$

10.  $(8m-n)^2$

5.  $(3m+2n)^2$

11.  $(4a-9)^2$

6.  $(3x+y)^2$

12.  $(5x-3y)^2$

**№8 Упростите выражение:**

~~$$\begin{aligned}
 & (a+b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 \\
 & (3a+b)^2 - 9a^2 = 9a^2 + 6ab + b^2 - 9a^2 = 6ab + b^2 \\
 & (4x-a)^2 = 16x^2 - 8ax + a^2 \\
 & (5x+b)^2 - 10 = 25x^2 + 10bx + b^2 - 10 \\
 & (64x^2 - 56) = 56(11.428x^2 - 0.8928) \\
 & (30+30a)^2 = 900(1+a)^2 \\
 & (810^2 - 7^2) = (810-7)(810+7) = 803 \cdot 817
 \end{aligned}$$~~

№9 Выполните умножение:

- 1)  $(x-5)(x+5) = x^2 - 5^2 = \dots$
- 2)  $(t-4c)(t+4c)$
- 3)  $(2-xz)(2+xz)$
- 4)  $(3-2x)(3+2x)$
- 5)  $(2u-3v)(2u+3v)$
- 6)  $(3c-5bd)(3c+5bd)$
- 7)  $(u+4)(u^2 - 4u + 16) = u^3 + 4u^2 - 4u^2 - 16u + 16u + 64 = u^3 + 64$
- 8)  $(x+5)(x^2 - 5x + 25)$
- 9)  $(a-2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)$

## ТЕМА 2. РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

Чтобы разложить многочлен на множители нужно:

- вынести общий множитель за скобки, если он есть;
- посмотреть нет ли формулы сокращённого умножения:

**Формулы сокращённого умножения:**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

- разложить на множители способом группировки.

№1 Вынесите общий множитель за скобки:

**Пример:**  $12ax^3 + 8a^2x^2 = 4ax^2(3x+2a)$

- a) Смотрим на коэффициенты: 4-наибольший общий множитель чисел 12 и 8, следовательно, можно вынести общий множитель 4.
- b) Смотрим на переменные: первое слагаемое содержит множитель  $a$ , второе -
- c) множитель  $a^2$ ; общий множитель  $a$ .
- d) Первое слагаемое содержит множитель  $x^3$ , второе множитель  $x^2$ ; общий множитель  $x^2$ .
- e) Выносим общие множители и смотрим, что останется в скобках.

5)  $3a + 3b$

7)  $ax + ay$

13)  $z^3 + 3zy$

6)  $16 + 4y$

8)  $5w + aw$

14)  $y^2 + y^7z$

7)  $-24s - 12t$

9)  $-sr - rt$

15)  $3x^3 - 6xz$

8)  $12c - 4x$

10)  $uz - uzw$

16)  $-x^3z^3 + x^3$

9)  $21a + 7b$

11)  $-ax - ab$

17)  $a^3c^2 + a^2c^3$

10)  $-54x + 54y$

12)  $xz + xzw$

18)  $4ab^5 + 6b^4c$

**№ 2 Разложите на множители с помощью формул сокращённого умножения:**

1) *Например*  $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

a)  $25 - b^2$

b)  $1009b^2$

c)  $x^2d^2 - 8k^2$

d)  $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{25}c^2d^2$

e)  $4x^4 - 25y^{10}$

2) Например.  $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x + 5)^2$

a)  $m^2 + 6mn + 9n^2$

b)  $4t^2 - 4t + 1$

c)  $x^2 - 2x + 1$

d)  $9b^2 + 12b + 4$

e)  $y^2 + 2y + 1$

f)  $25k^2 - 30km + 9m^2$

Заполните пропуски и сделайте проверку:

a)  $9a^2 - 6a + 1 = (\dots - \dots)^2$

b)  $16x^2 + 8x + 1 = (\dots + \dots)^2$

c)  $25a^2 + 10a + 1 = (\dots + \dots)^2$

d)  $4x^2 - 12xy + 9y^2 = (\dots - \dots)^2$

3) Проверьте справедливость равенства :

a)  $x^3 - 8y^3 = (x - 2y)(x^2 + 4xy + 4y^2)$

b)  $z^3 + b^3 = (z + b)(z^2 + zb + b^2)$

c)  $27a^3 - b^3 = (3a - b)(9a^2 + 3ab + b^2)$

d)  $8c^3 + 1 = (8c + 1)(c^2 - 8c + 64)$

e)  $125 - x^6 = (5 - x^2)(25 + 5x + x^2)$

f)  $64 + y^9 = (4 + y^3)(16 - 4y^3 + y^6)$

Разложите на множители ;

a)  $z^3 - w^3$

b)  $u^3 + 27$

c)  $x^3 - \frac{1}{8}$

d)  $a^6 + c^3$

e)  $1000x^3 + 27y^3$

### №3 Разложите на множители способом группировки:

**Пример:**  $cx - cy + 2dy - 2dx = (cx - cy) + (2dy - 2dx) = c(x - y) + 2d(y - x) = c(x - y) - 2d(x - y) = (x - y)(c - 2d)$

1) Представьте в виде произведения:

a)  $(x + y) - z(x + y)$

b)  $a(a + b) + b(a + b)$

c)  $c(c - 2d) - b(c - 2d)$

d)  $z(2a - 5b) + x(2a - 5b)$

2) Заключите два первых слагаемых в скобки и затем вынесите общий множитель за скобки:

a)  $x + z + a(x + z)$

b)  $2s-5t-4c(2s-5t)$

c)  $a-3v+b(a-3v)$

d)  $x-2a-2b(x-2a)$

3) Заключите два последних слагаемых в скобки и затем вынесите общий множитель за скобки:

a)  $2(a+3b)+a+3b$

b)  $a(a-4bc)+a-4bc$

c)  $2z(2w-3v)+2w-3v$

d)  $4a(2a-4b)+2a-4b$

4) Разложите на множители:

a)  $xz+xy+2z+2y$

d)  $2ab-2ac+3b-3c$

b)  $5ax+10ay+bx+2by$

e)  $3ac+6bc+7ax+14bx$

c)  $2ax+2xy-an-yn$

f)  $x^2+xz+ax+az$

**№4 Разложите на множители ( по алгоритму):**

a)  $2x^2 - 8$

b)  $3c^2 - 3x^2$

c)  $2u^3 - 2v^3$

d)  $w^4 - w$

e)  $2a^2 - 12a + 18$

f)  $0,5u^2 + 4uv + 8v^2$

g)  $x^3 - 4x^2y + 4xy^2$

h)  $y^4 + 2y^3 + 27y + 54$

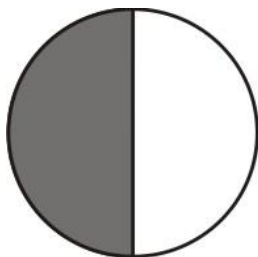
i)  $y^2 + 10y + 25 - x^2$

### ТЕМА 3. СОКРАЩЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ

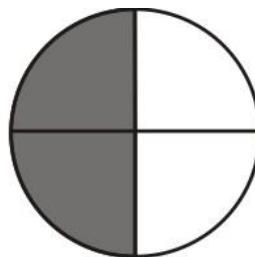
#### Повторение.

Для изучения темы «Сокращение алгебраических дробей» нам необходимо повторить:

#### *Дроби*



$1/2$



$2/4$

Что можно сказать об этих дробях?

**Основное свойство обыкновенной дроби:** числитель и знаменатель дроби можно умножать или делить на одно и то же отличное от нуля число.

**Сокращение дробей:**  $7/21$ ,  $17/51$ ,  $10/15$ ,  $72/64$ .

А для чего нам нужно сокращение дробей?

**Выполнить умножение:**

$$\frac{3 \cdot 5}{10 \cdot 9}; \frac{17 \cdot 27}{81 \cdot 51}$$

**Найти ошибку:**

$$\frac{5x+3}{15 \cdot 4}; \frac{28^x \cdot 3}{3+28}$$

**ВЫВОД:** Сокращают только множители.

**Какое из выражений отличается от других:**  $3a$ ;  $x+8$ ;  $a^2-3$ ;  $\frac{5x}{4-y}$ ?

Почему? Какие действия можно выполнять с дробью?

**ВЫВОД:** Дроби можно сокращать.

Чем отличаются обыкновенные дроби от алгебраических?

**Что такое одночлен?**

Выражение вида  $3a$ ,  $-4ax$ ,  $b^7$ ,  $2ab \cdot (-5)bc^2$  называют одночленами.

**Стандартный вид одночлена.** Одночлен, в котором каждая переменная (в соответствующей степени) содержится в нем только один раз. Например,  $4авх^2$ ,  $-8а^2в^3$

**Что такое многочлен?** Алгебраическую сумму одночленов называют многочленом. Например,  $а^3-2а^2+а$ ,  $5в-с$ ,  $3ху - у + 4х$ .

**Выбрать одночлены:**  $х^2$ ,  $-8$ ,  $3+а$ ,  $-с$ ,  $1/3 у^2$ ,  $х^2у - 3у$ ,  $15/ х^2$ ,  $-7ху$ ,  $6х^2*2у$ .

Есть ли среди них одночлены нестандартного вида?

Почему остальные члены ряда являются многочленами?

Чем отличается одночлен и многочлен?

**Назовите множители:**  $3ав$ ,  $4а(а-3)$ ,  $-8bc(c^2+ab)$ ,  $(а-3)(с-4)$ .

**Найти ошибку:**

$$\frac{3x^3 + 15xy}{x + 5x} = \frac{3x + 3x}{1}$$

Вывод: Сокращают только множители.

А как же сделать так, чтобы были множители?

**Вспомним способы разложения на множители.**

**а) вынесение за скобки общего множителя:**

- определить общий множитель:  $а^2+ а$ ;  $х^3-х^2$ ;  $-6m - 9n$ ;  $5x + 5y$ ;  $7x - 7y$ ;  $7ax + 7bx$ ;  $3x^3 + 6x$ ;  $5x^5 - 15x^3$ , разложите на множители.

**б) применение формул сокращенного умножения:**

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b) \\ a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= (a - b)^2 \end{aligned}$$

**в) представить в виде произведения:**

$x^2 + 2xy + y^2$	$a^2 + 12a + 36$
$x^2 - 9$	$4x^2 + 12x + 9$
$1 - 2z + z^2$	$4 - a^2$
$6 + a^2$	$1 - c^2$
$n^2 - m^2$	$1 - 2y + y^2$



По какой формуле и почему можно разложить многочлен на множители? Есть ли среди них многочлены, которые нельзя разложить на множители?

**Вывод:** Многочлены можно попытаться разложить на множители с помощью вынесения за скобки общего множителя и формул сокращенного умножения, а это нужно для выполнения сокращения дробей.

**Сократите дроби:**

а)  $\frac{2x}{3x}$     б)  $\frac{6a}{24a}$     в)  $\frac{-2xy}{5xy}$     г)  $\frac{6ab^2}{9bc^2}$     д)  $\frac{8b}{24c}$     е)  $\frac{x^6y^4}{x^4y^6}$

**Назовите одинаковые множители и найдите среди них одинаковые:**

а)  $-\frac{a(b-2)}{5(b-2)}$     б)  $\frac{3(x+4)}{c(x+4)}$     в)  $\frac{ab(y+3)}{a^2b(y+3)}$

**Что стоит в числителе каждой дроби?**

а)  $\frac{3a+12b}{10b}$     б)  $\frac{2a-4}{3(a-2)}$     в)  $\frac{15b-20c}{10b}$ .

Можно ли сокращать дроби? Какой способ разложения нужно применить?

**Сократите дроби:**

а)  $\frac{y^2-16}{3y+12}$     б)  $\frac{(c+2)^2}{7c^2+14c}$     в)  $\frac{5x-15y}{x^2-9y^2}$     г)  $\frac{x^2-4x+4}{x^2-2x}$     д)  $\frac{3y^2+24y}{y^2+16y+64}$   
е)  $\frac{a^2+10a+25}{a^2-25}$     ж)  $\frac{y^2-9}{y^2-6y+9}$

Итог. Какие знания мы применяли при выполнении заданий? Что можно сокращать? Какие способы разложения на множители мы знаем?

## **ТЕМА 4: СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ**

### **Алгоритм сложения и вычитания алгебраических дробей.**

1. Разложить знаменатели на множители, если это возможно.
2. В общий знаменатель включить все различные знаменатели по одному разу, если в знаменателях множители с разными показателями, то в общий знаменатель включают с наибольшим показателем.
3. Записать дополнительные множители к каждой дроби.

4. Умножить числители каждой дроби на дополнительные множители.
5. Сложить или вычесть полученные произведения и результат записать в числитель.
6. Привести подобные слагаемые, если они есть.

*1. Подготовка к использованию алгоритма.*

а) приведение дроби к общему знаменателю:

- наименьшее общее кратное натуральных чисел  $a$  и  $b$  – это наименьшее натуральное число, которое кратно и  $a$ , и  $b$ .

- найти наименьшее общее кратное чисел:

3 и 2, 7 и 5, 14 и 7, 25 и 5.

- привести дроби к общему знаменателю:

$1/2$  и  $3/7$ ,  $2/15$  и  $1/3$ ,  $7/12$  и  $5/36$ ,  $2/5$  и  $3/8$

б) сложение дробей с разными знаменателями( вспомнить алгоритм ):

$$\frac{1^7}{2} + \frac{3^2}{7} = \frac{7*1+3*2}{14} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

в). **Что такое одночлен?**

Выражение вида  $3a$ ,  $-4ax$ ,  $b^7$ ,  $2ab * (-5)bc^2$  называют одночленами.

г) **Стандартный вид одночлена.** Одночлен, в котором каждая переменная (в соответствующей степени) содержится в нем только один раз. Например,  $4abx^2$ ,  $-8a^2b^3$

д) **Что такое многочлен?** Алгебраическую сумму одночленов называют многочленом. Например,  $a^3-2a^2+a$ ,  $5b- c$ ,  $3xy - y +4x$ .

е). **Выбрать одночлены:**  $x^2$ ,  $-8$ ,  $3+a$ ,  $-c$ ,  $1/3 y^2$ ,  $x^2y - 3y$ ,  $15/ x^2$ ,  $-7xy$ ,  $6x^2*2y$ .

Есть ли среди них одночлены нестандартного вида?

Почему остальные члены ряда являются многочленами?

Чем отличается одночлен и многочлен?

ж). **Вспомнить способы разложения на множители.**

- вынесение за скобки общего множителя

- применение формул сокращенного умножения:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

- з) **Разложить на множители:**  $5b - 10$        $cx + 4x$        $аву + 3ав$   
 $y^2 - 9$        $15b - 2c$        $y^2 - 6y + 9$   
 $x^2 + 6xy + 9y^2$        $m^2 - 49$        $x^2 + 4x + 4$

**и) Приведение подобных слагаемых.**

Подобные слагаемые – это слагаемые, которые имеют одинаковую буквенную часть.

- Выбери подобные слагаемые:  $3a^4$      $8ав$      $-2a^4$      $-a^4$      $5b$      $-3/4 ав$

- Привести подобные слагаемые:

$$1 + 2y^6 - 4y^3 - 6y^6 + 4y^3 =$$

$$10x - 8xy + 3xy =$$

$$2ав - 7ав + 7a^2 =$$

$$3x^4 - 5x + 7x^2 - 8x^4 + 5x =$$

**к) Умножение одночлена на многочлен.**

**Чтобы умножить одночлен на многочлен, надо умножить этот одночлен на каждый член многочлена и полученные произведения сложить.**

Например,  $3x(2 + y) = 6x + 3xy$ ;

Раскрой скобки:

- а)  $-6(2y - 3x)$ ;  
 б)  $2(3a^2 - 4a + 8)$ ;  
 в)  $7ав(2a + 3b)$ ;  
 г)  $6(2x - 3b)$ ;  
 д)  $3xy^2(xy - 2x^3)$ .

**II. Применение алгоритма.**

1. Выполним сложение дробей с разными знаменателями:  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} =$

Проанализируем задание с помощью алгоритма:

- можно ли разложить на множители знаменатели(ответ обосновать);
- найдем общий знаменатель, применяя знания о нахождении НОК;
- и далее работаем по алгоритму.

$$\frac{x^3}{2} + \frac{y^2}{3} = \frac{3x + 2y}{6}$$

2. Выполнить сложение по образцу:  $\frac{c}{4} + \frac{d}{12}$

После выполнения сравнить с решением учителя:  $\frac{c^3}{4} + \frac{d^1}{12} = \frac{3c + d}{12}$

3. Выполнить сложение:  $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} =$

Как поступить в этом случае, когда в знаменателе буквенные выражения?

$$\frac{p^p}{q} + \frac{q^q}{p} = \frac{p^2 + q^2}{pq}$$

4. Выполнить сложение по образцу:  $\frac{a}{b} - \frac{b^2}{a} =$

### III. Решение задач на закрепление:

а)  $\frac{b}{a^2} - \frac{1}{a}$  ;      б)  $\frac{1}{2a^7} + \frac{4 - a^2}{a^{10}}$  ;

в)  $\frac{3x}{5(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)}$

Что представляет из себя знаменатель? Нужно ли применять первый этап алгоритма? Четко проговорить этап нахождения общего знаменателя.

г)  $\frac{a^2}{5(a-b)} - \frac{b^2}{4(a-b)}$  ;

д)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+y}$  ;

е)  $\frac{3}{ax-ay} + \frac{2}{bx-by}$

Чем отличается данное задание от выполненных ранее?

Какой способ разложения на множители применим?

Дальше работаем по алгоритму.

$$\frac{3}{ax-ay} + \frac{2}{bx-by} = \frac{3^b}{a(x-y)} + \frac{2^a}{b(x-y)} = \frac{3b-2a}{ab(x-y)}$$

ж)  $\frac{a}{5x-10} + \frac{a}{6x-12}$  ;

з)  $\frac{x-25}{5x-25} + \frac{3x+5}{x^2-5x}$  ;

и)  $\frac{4}{y+2} + \frac{12}{y^2-4}$  ;

к)  $\frac{a}{a-6} - \frac{a^2}{a^2-36}$  .

## ТЕМА 5. УПРОЩЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ.

1) **ОПРЕДЕЛЕНИЕ.** Если  $a$  не равно 0 и  $n$  – целое отрицательное число, то

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} .$$

Например,  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ ;  $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$ ;  $(-\frac{1}{2})^{-3} = (-\frac{2}{1})^3 = (-2)^3 = -8$

2) **Замените степень с целым отрицательным показателем дробью:**

$$10^{-6}; 9^{-2}; a^{-1}; x^{-20}; (ab)^{-3}; (a+b)^{-4}; (1/2)^{-4}; (2/3)^{-5}$$

3) **Повторение.**

Степенью числа  $a$  с натуральным показателем  $n$ , большим 1, называется произведение  $n$  множителей, каждый из которых равен  $a$ . ( $a$  – основание степени,  $n$  – показатель степени).

Например,  $a^3 = a \cdot a \cdot a$ ;  $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ ;  $(1/3)^4 = 1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3$ .

4) **Назовите в каждой степени основания и показатели:**

$$7,1^3; (-3)^5; 1^{10}; x^4; \left(\frac{1}{8}\right)^2.$$

Замените степень произведением.

5) **Чем отличаются выражения:**  $(-3)^2$  и  $-3^2$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ и } \frac{2}{3^2}$$

Подтвердите сказанное, выполнив действия.

5) **При работе со степенями нам понадобится таблица:**

a	a <sup>2</sup>	a <sup>3</sup>	a <sup>4</sup>	a <sup>5</sup>	a <sup>6</sup>	a <sup>7</sup>	a <sup>8</sup>	a <sup>9</sup>	a <sup>10</sup>
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729				
4	16	64	256	1024					
5	25	125	625						
6	36	216							
7	49	343							
8	64	512							
9	81	729							

7) **Вычислите, пользуясь таблицей и определением степени с целым отрицательным показателем:**

$$4^{-2}; (-3)^{-3}; (-1)^{-2}; \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}; \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}; \left(1\frac{1}{2}\right)^{-1}; 0,01^{-2}; 0,3^{-3}.$$

8) **Свойства степеней с целым показателем:**

- для любого a не равного 0 и любых целых m и n:

$$a^m * a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

- для любого a не равного 0 и b не равного 0 и любого целого n

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Например,  $a^{-17} \cdot a^{21} = a^{-17+21} = a^4$   
 $b^2 : b^{-5} = b^{2-(-5)} = b^{2+5} = b^7$   
 $(b^{-2})^5 = b^{-10}$

$$(2a^3)^{-2} = 2^{-2}(a^3)^{-2} = \frac{1}{2^2} a^{3 \cdot (-2)} = \frac{1}{4} a^{-6} = \frac{1}{4a^6}$$

$$\left(\frac{2}{a}\right)^{-3} = \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a^3}{2^3} = \frac{a^3}{8}.$$

9) **Определение.** Если  $a$  не равно 0, то  $a^0=1$ .

Например,  $5^0 = 1$ ,  $(1/3)^0 = 1$ ,  $(av^2)^0 = 1$ ,  $(a^2 + c^2)^0 = 1$ .

10) **Найти значение выражения:**

а)  $3^{-4} \cdot 3^6$ ; б)  $2^4 \cdot 2^{-3}$ ; в)  $2^{10} : 2^{12}$ ; г)  $(2^{-4})^{-1}$ ; д)  $3^{-4} : 3$ ; е)  $5^{-3} : 5^{-3}$ ; ж)  $(5^{-2})^2$ .

Мы пользовались определением степени, свойствами степеней для того, чтобы вычислить, записать выражение в виде степени, но можно еще и упрощать выражения.

11)  $15av^{-3} \cdot 6a^{-3}v$

Что можно перемножить в данном выражении?

(15 и 6); (а и  $a^{-3}$ ;  $v^{-3}$  и  $v$ )

Почему?

(Это степени с одинаковым основанием, можно применить 1-е или 2-е свойства.)

$$15av^{-3} \cdot 6a^{-3}v = 15 \cdot 6 \cdot a \cdot a^{-3} \cdot v^{-3} \cdot v = 90 a^{1-3} v^{-3+1} = 90 a^{-2} v^{-2}$$

12) **Упростить:** а)  $-3/4 m^{-2}n^4 \cdot 8m^3n$ ; б)  $3/5 c^2d^4 \cdot 1/3 c^{-2}d^{-4}$ .

13) **Преобразовать в произведение:** а)  $(a^{-1} v^{-1})^{-2}$

Что нужно возвести в степень?

(Произведение)

Какое свойство будем использовать?

$$((av)^n = a^n b^n)$$

Решение:

$$(a^{-1} v^{-1})^{-2} = (a^{-1})^{-2} (v^{-1})^{-2} = a^{-1 \cdot (-2)} v^{-1 \cdot (-2)} = a^2 v^2$$

б)  $(x^3 y^{-1})^2$ ; в)  $(-2m^5 n^{-3})^2$ ; г)  $(1/3 p^{-2} q^2)^{-3}$ ; д)  $(6a^{-5} b)^{-1}$ ; е)  $(3/4 a^{-1} b^{-3})^{-2}$ .

14). Упростить выражение:  $\frac{12x^{-5}}{y^{-6}} * \frac{y}{36x^{-9}}$

Чем отличается данное задание от ранее решенных?

(В этом задании дроби и их надо умножить)

Вспомним, что нужно знать для сокращения дробей, что можно сокращать.

Нужно ли раскладывать на множители числители и знаменатели в данном задании?

(Нет, т.к. там стоят множители и можно сразу сокращать.)

Для удобства вычислений избавимся от степеней с отрицательным показателем и выполним сокращение:

$\frac{12y^6}{x^5} * \frac{yx^9}{36} = \frac{y^7 x^4}{3}$  ( Во время работы постоянно обращаться к свойствам степеней и определению степени с целым показателем )

15) Выполните действия: а)  $\frac{5x^{-1}y^3}{3} * \frac{9x^6}{y^{-2}}$ ; б)  $\frac{13x^{-1}}{y} * \frac{y^{12}}{39x^{-3}}$ .

## ТЕМА 6. КВАДРАТНЫЕ КОРНИ.

I Подготовка к изучению нового материала.

1) В начальной школе мы познакомились с четырьмя действиями: сложение, вычитание, умножение и деление.

**Сложение:**  $5+3=8$

**Проверяем вычитанием:**  $3=8-5$

**Умножение:**  $7*3=21$

**Проверяем делением:**  $21:7=3$

И говорим, что это взаимно обратные действия. В 5 классе мы познакомились с новым действием - возведением в квадрат:  $5^2=5*5$

$$a^2 = a * a$$

2) а) Найдите значение выражения:  $7^2$ ;  $(-7)^2$ ;  $-7^2$ ;  $(1/3)$ ;  $(-11)^2$ ;  $0,4^2$ ;  $(-30)^2$

б) найдите квадраты чисел:  $10$ ;  $-8$ ;  $2/7$ ;  $0,9$



Познакомились с новой записью формулы площади квадрата  $S=a^2$ . а существует ли действие обратное действию возведение в квадрат?

II Изучение нового материала.

1) Итак  $S=a^2$ , зададимся вопросом: «Как выразить,  $a$  через  $S$ ?» Мы уже умеем выражать  $a$  или  $b$  из формулы площади прямоугольника  $S=ab$ . Вопрос вызывает затруднение. Для того, чтобы ответить на этот вопрос применили новый знак  $\sqrt{\quad}$ , т.е.  $\sqrt{S}$  читают: «Квадратный корень из числа  $S$ », действие называют извлечением корня.

Например:  $\sqrt{4}=2$ , т.к. 2-неотрицательное число и  $2^2=4$

$\sqrt{1,21}=1,1$ , т.к. 1,1- неотрицательное число и  $1,1^2=1,21$ .

$\sqrt{0}=0$ , т.к. 0- неотрицательное число и  $0^2=0$ .

2) при  $S<0$  выражение  $\sqrt{S}$  не имеет смысла.

Например, не имеют смысла  $\sqrt{-25}$ ;  $\sqrt{-1,44}$

III Решение задач

1) Докажите, что:

а) число 5, есть квадратный корень из 25

б) число 0,3, есть квадратный корень из 0,09

в) число -7, не является квадратным корнем из 49

2) Докажите, что: а)  $\sqrt{121}=11$  б)  $\sqrt{81}=9$  в)  $\sqrt{64}=8$  г)  $\sqrt{81/4}=9/2$

3) Найдите значения выражения.  $\sqrt{36}$ ;  $\sqrt{1600}$ ;  $\sqrt{10000}$ ;  $\sqrt{0,04}$ ;  $\sqrt{0,81}$   $\sqrt{2^{1/4}}$ ;  $\sqrt{6^{1/4}}$

4) Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел от 11 до 20 найдите:  $\sqrt{144}$ ;  $\sqrt{289}$ ;  $\sqrt{196}$ ;  $\sqrt{256}$ ;  $\sqrt{225}$ .

5) Сравните:  $\sqrt{49}$  и  $\sqrt{36}$ ;  $\sqrt{1/16}$  и  $\sqrt{1/4}$ ;  $\sqrt{2^{1/3}}$  и  $\sqrt{1^{5/7}}$

Вопрос: нужно ли извлекать корни, для того, чтобы сравнить эти выражения?

6) Найдите значения выражения. Образец  $\sqrt{36} * \sqrt{16}=6*4=24$

Выполнить по образцу.:

а)  $\sqrt{81}:\sqrt{100}=9:10=0,9$

б)  $3 * \sqrt{9}-16=3*3-16=9-16=-7$

в)  $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} = 0,3 + \dots = \dots$

г)  $\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01} = \dots - 0,1 = \dots$

д)  $^{1/3}\sqrt{036} + ^{1/5}\sqrt{900} = ^{1/3}\sqrt{0,6} + ^{1/5}\sqrt{30} =$

**IV Самостоятельная работа**

1) найдите значение корня:

$\sqrt{81}; \sqrt{0,04}; \sqrt{2500}; \sqrt{0,25}; \sqrt{0,81}; \sqrt{400};$

Расставь ответы по порядку заданий:

9; 0,5; 20; 0,2; 50; 300; 0,9

- 2) Найдите значение выражения:
- |                            |                                         |
|----------------------------|-----------------------------------------|
| а) $0,6 * \sqrt{36}$       | з) $-\sqrt{0,36} + \sqrt{0,25}$         |
| б) $\sqrt{49} + \sqrt{16}$ | д) $^{1/3}\sqrt{81} / ^{1/100}\sqrt{1}$ |
| в) $\sqrt{64} - \sqrt{4}$  | е) $4 - 10 \sqrt{0,01}$                 |

**ТЕМА 7. ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ. ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ. ЧТЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ.**

I Изучение нового материала.

1) Определение. Функция-это зависимость переменной у от переменной х, при которой каждому значению переменной х соответствует единственное значение переменной у.

х - независимая переменная.

у – зависимая переменная.

2) функции может задаваться формулой, например:  $y=2x^2-6$

Выберите значения х, равных, например: 0; 1; -2.

$y(0)=2*0^2-6=-6$

$y(1)=2*1^2-6=2-6=-4$

$y(-2)=2*(-2)^2-6=8-6=2$

3) Все значения независимой переменной образуют область определения функции (О.О.Ф.).

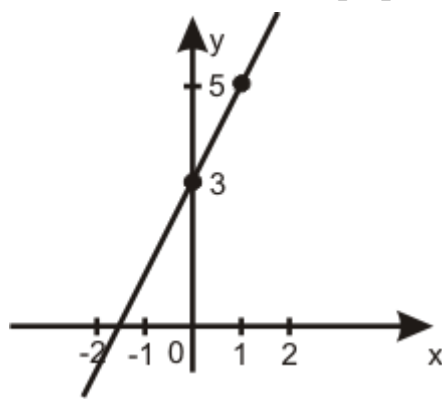
Например,  $y=x-3$ , О.О.Ф.: х - любое число, т.к. вычитание выполняется всегда.

$y=x^2-3x$ , О.О.Ф.: х – любое число, т.к. действия умножение и вычитание выполняются всегда.

$y=5/x$ , О.О.Ф.: х – любое число, кроме 0, т.к. на нуль делить нельзя.

4) Функция может задаваться графически.

а) является

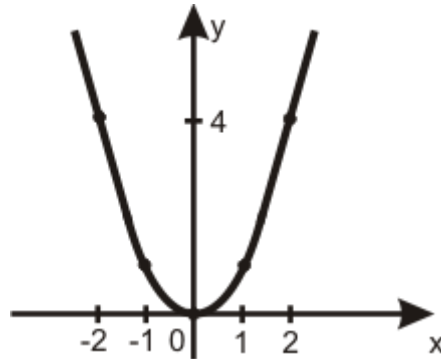


Например, графиком функции  $y=2x+3$  прямая.

X 0 1  
Y 3 5

б) графиком функции  $y=x^2$ , является парабола.

X 2 1 0 -1 -2  
Y 4 1 0 1 4



II Решение задач .

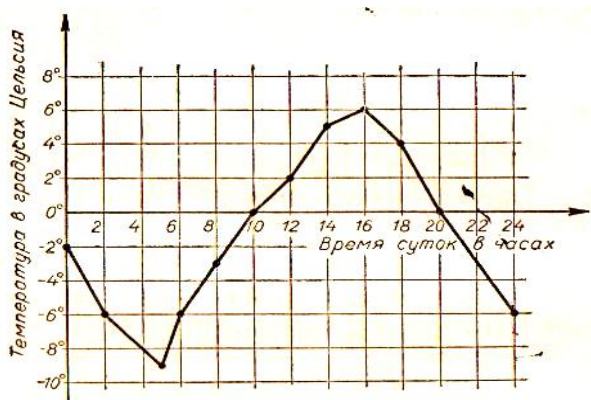
При работе с графиками функций надо уметь читать их, т.е. зная значения  $x$  находят значения  $y$  и наоборот.

Задача №1

На чертеже изображён график изменения температуры воздуха в течении суток.

Определить по данному графику:

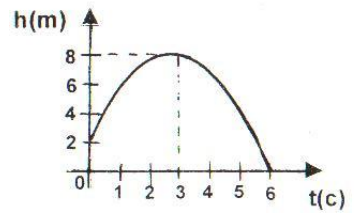
- а) наиболее низкую температуру воздуха за сутки;
- б) наиболее высокую температуру воздуха за сутки;
- в) время суток, в течении которого температура воздуха была выше  $0^{\circ}$ ; ниже  $0^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ .



Задача №2

На рисунке изображена траектория падения пули. Используя график, выясните, какое приблизительно расстояние пролетела пуля?

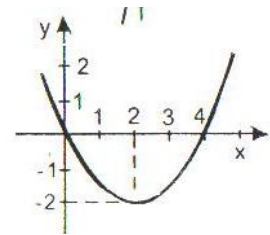
1) 14    2) 16    3) 6    4) 8    Ответ \_\_\_\_\_



Задача №3 По графику квадратичной функции найдите все значения  $x$ , при которых  $y$  больше либо равно 0.

1) [0;4]    2) [-2;0]    3) (-;-2]    4) [0;4)

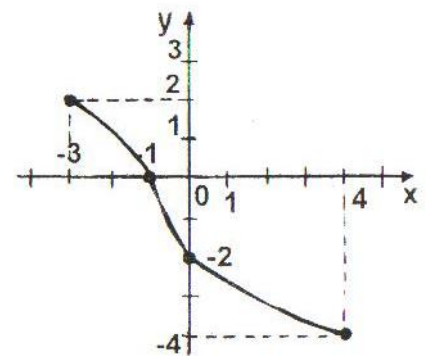
Ответ \_\_\_\_\_



Задача №4 Укажите область определения функции  $y=S(x)$

1) [-14]    2) [-3;4]    3) [-4;2]    4) [-2;-1]

Ответ \_\_\_\_\_



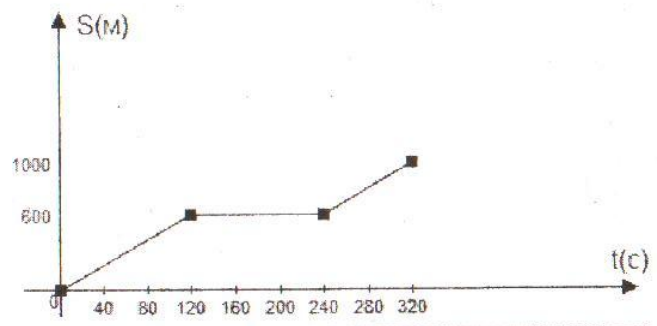
Задача №5 На рисунке изображён график движения школьника из дома в школу. Определите скорость школьника до остановки.

А) 10м/с

Б) 6м/с

В) 5м/с

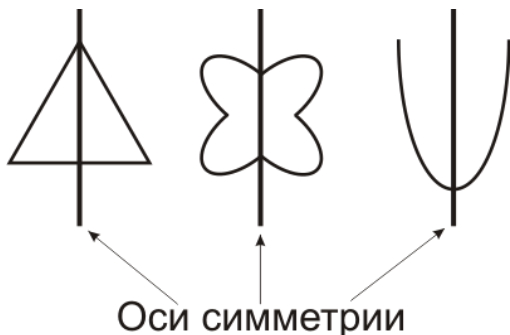
Г) 3м/с



## ТЕМА 8. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ.

I Повторение.

1) Осевая симметрия.



2) Функции могут быть заданы формулой:

Например:  $y=x$ ;  $y=2x+4$ ;  $y=x^2$ ;  $y=2x^2$ ;  $y=3x^2+4x-8$

3) Функции могут быть заданы таблицей.

Например:  $y=x^2$ ;

x	2	1	0	-1	-2
y	4	1	0	1	4

Для  $x=-1$  и  $x=1$ , функция принимает одинаковые значения -1;

для  $x=2$  и  $x=-2$ , функции принимает одинаковые значения.

Вывод: график функции  $y=x^2$  парабола, имеет ось симметрии  $m=0$  ( $x=0$ ), т.е. ось ординат.

4) Функции  $y=ax^2+bx+c$ . Графиком этой функции является парабола, значит она имеет ось симметрии. Это ещё один способ задания функции.

II Изучение нового материала.

Работа ведётся по алгоритму.

Задание: Построить график функции  $y=x^2-4x+7$ .

1. графиком функции  $y=x^2-4x+7$  является парабола.

2.  $a=1 > 0$  ветви направлены вверх.

3. ось симметрии имеет формулу  $m = \frac{-b}{2a}$  (или  $x$ )

$$a = 1; b = -4; c = 7 \Rightarrow m = \frac{4}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

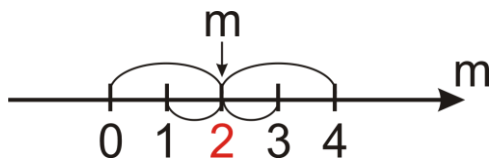
$$n = x^2 - 4x + 7 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 7 = 4 - 8 + 7 = 11 - 8 = 3$$

вершина параболы  $(m;n);(2;3)$ .

4) Таблица.

x	0	1	2	3	4
y	7	4	3	4	7

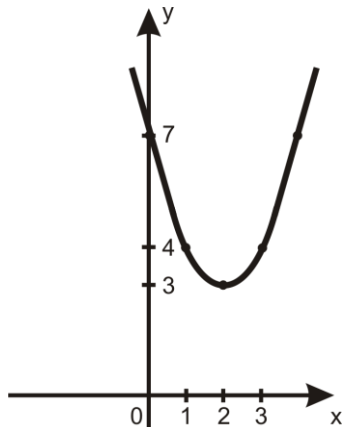
Выбор чисел для таблицы



$$y(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 7 = 1 - 4 + 7 = 8 - 4 = 4$$

$$y(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 7 = 0 - 0 + 7 = 7$$

5) Построение графика.



III Решение задач.

1) В координатной плоскости отметить точки

$(2;1); (-3;2); (-4;0); (0;-1); (7;0); (-3;-4)$ .

2) Функция задана формулой  $y = x^2 + 3x - 4$ .

Найдите значение  $y$ , если  $x=1; -1; 2; -2; 3; 0; 4$ .

3) Выберите числа на числовой прямой симметричные относительно чисел 1; -1; 3; 5.

4) Найдите вершину параболы функции:

а)  $y = -x^2 + 6x - 9$

б)  $y = x^2 + 3x$

5) Постройте график функции:

а)  $y = 2x^2 + 8x + 2$

б)  $y = x^2 - 4x + 4$

## **ТЕМА 9. КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ.**

I Повторение.

1) Свойства квадратичной функции.

Повторим одно из свойств функции – нули функции,

т.е. значения  $x$  (аргумента) при которых  $y$  (функция) обращается в нуль.

2) Найдём абсциссы точек пересечения графика функции  $y = x^2 - 3x + 4$ ,

т.е. ординаты этих точек равны 0,

Для этого решим квадратное уравнение.  $x^2 - 3x + 4 = 0$ .

Выполним формулы для решения этого уравнения.

$$a=1; b=-3; c=4.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7 < 0$$

Корней нет.

Следовательно, график не пересечёт ось абсцисс.

II Изучение нового материала.

1) Решение неравенств.  $x^2 + 3x + 4 > 0$ ;  $3x^2 - 11x - 4 > 0$ .

С одной переменной можно рассматривать, как нахождение промежутков, в которых соответствующие квадратные функции  $y = x^2 + 3x + 4$  и  $y = 3x^2 - 11x - 4$  принимает положительное или отрицательное значение.

2) Решим неравенство.  $5x^2 + 9x - 2 < 0$ .

Рассмотрим функцию  $y=5x^2+9x-2$ , графиком этой функции является парабола,  $a=5>0$ , ветви параболы направлены вверх.

Найдём нули функции  $y=5x^2+9x-2$ :

$$5x^2+9x-2=0 \quad a=5; \quad b=9; \quad c=-2.$$

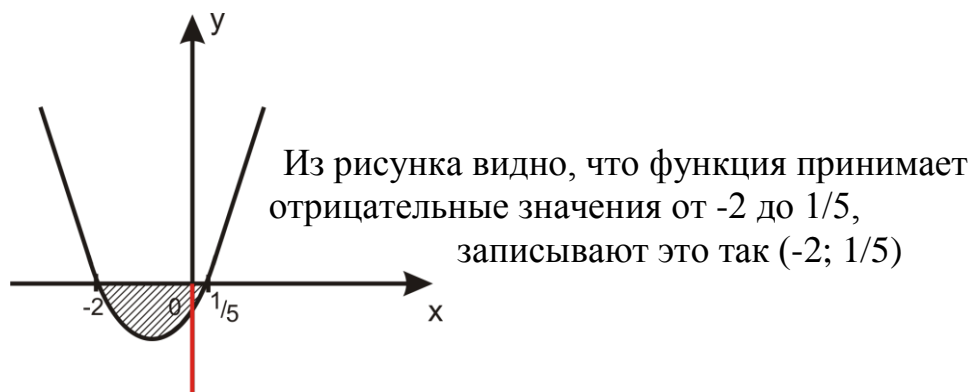
$$D= b^2-4ac=9^2-4*5*(-2)=81-(-40)=81+40=121=11^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 + 11}{2*5} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 - 11}{2*5} = \frac{-20}{10} = -2$$

Значит парабола пересекает ось  $x$  в двух точках, абсциссы которых равны  $-2$ ;  $1/5$ .

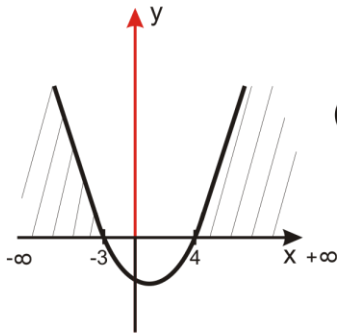
Нарисуем схематически параболу в некоторой плоскости.



3) Рассмотрим все случаи, которые могут встретиться при решении неравенств:



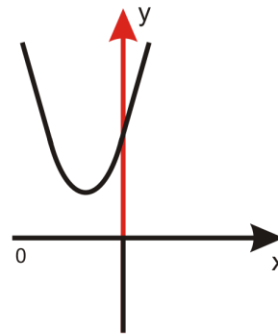
$$\begin{matrix} D > 0 \\ a > 0 \end{matrix}$$



$$ax^2 + bx + c > 0$$

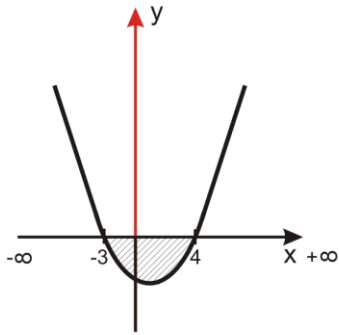
$$(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$$

$$\begin{matrix} D < 0 \\ a > 0 \end{matrix}$$



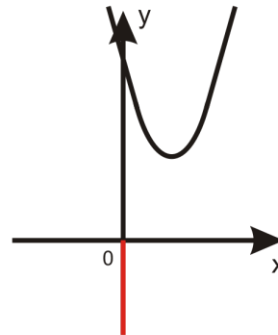
$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$x - \text{любое число}$$



$$ax^2 + bx + c < 0$$

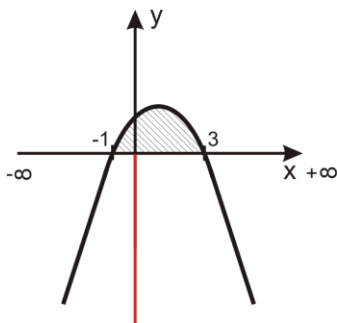
$$(-3; 4)$$



$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$\text{Решений нет}$$

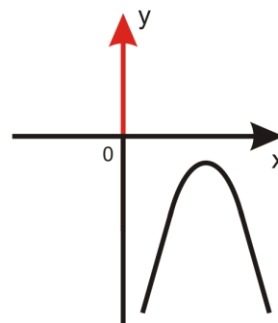
$$\begin{matrix} D > 0 \\ a < 0 \end{matrix}$$



$$ax^2 + bx + c > 0$$

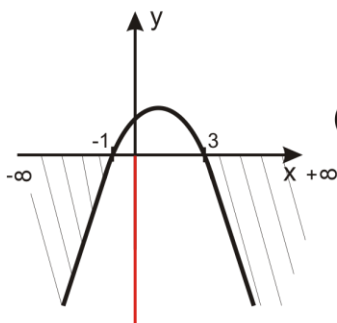
$$(-1; 3)$$

$$\begin{matrix} D < 0 \\ a < 0 \end{matrix}$$



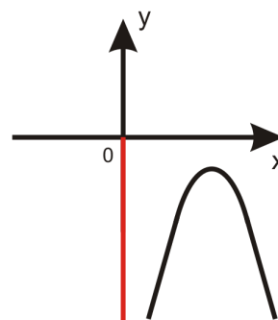
$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$\text{Решений нет}$$



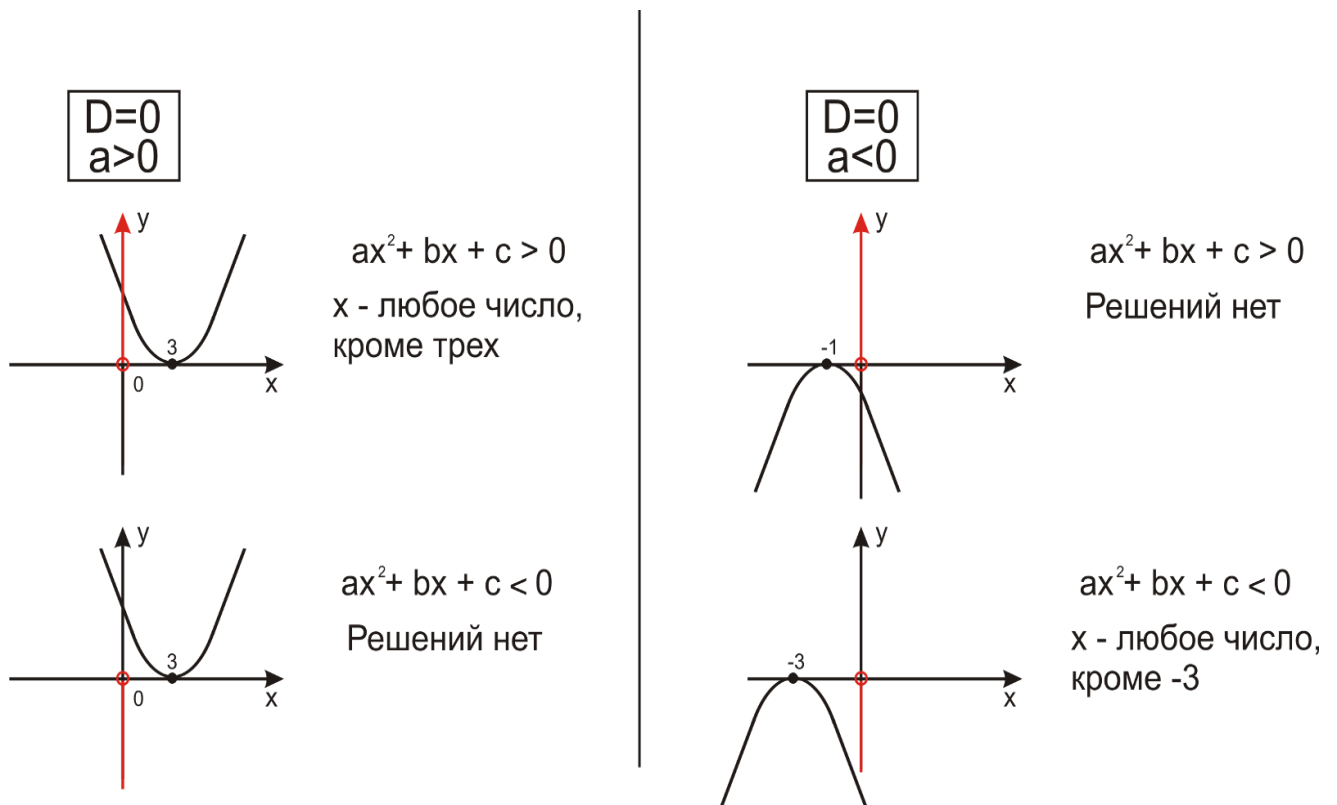
$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$



$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$x - \text{любое число}$$



### III Решение уравнений.

Решите неравенства:

- |                           |                      |
|---------------------------|----------------------|
| а) $x^2 + 2x - 48 < 0$ .  | г) $3x^2 - 2x > 0$ . |
| б) $-x^2 + 2x + 15 < 0$ . | д) $8 - x^2 < 0$ .   |
| в) $2x^2 + 13x - 7 > 0$ . | е) $x^2 < 16$ .      |
|                           | ж) $7x < x^2$        |

При решении неравенств пользоваться таблицами.

## ТЕМА 10. МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ

### I Повторение.

1) Чему равно значение каждого выражения?

$$3 \cdot 0; \quad -7 \frac{1}{2} a \cdot 0; \quad 0 \cdot (x-3); \quad (x^2 - 3x - 8) \cdot 0 \cdot (x^2 - 8)?$$

Вывод: Произведение равно нулю, когда один из множителей равен нулю.

2) Понятие числового промежутка:

Отметим на координатной прямой точки с координатами -3 и 2.



Если точка расположена между ними, то ей соответствует число больше  $-3$  и меньше  $2$ , т.е.

$-3 < x < 2$ . Множество всех чисел, удовлетворяющих условию  $-3 < x < 2$ , называют числовым промежутком от  $-3$  до  $2$  и обозначают:  $(-3;2)$

3) Нули функции.

Нули функции - это значения аргумента ( $x$ ) при которых функция ( $y$ ) обращается в  $0$ .

Например:

a)  $y=2x$ , нули функции  $2x=0$ ;  $x=0$ .

б)  $y=3x-6$ ,  $3x-6=0$   
 $3x=6 \quad | :3$   
 $x=2$

Нуль функции  $x=2$

в)  $y=x^2+3x$ ,  $x^2+3x=0$   
 $x(x+3)=0$

произведение равно нулю, когда один из множителей равен нулю.

$x=0$  или  $(x+3)=0$   
 $x=-3$

нули функции:  $0; -3$ .

4) Область определения функции:

Все значения независимой переменной  $x$  образуют область определения (О.О.Ф.) Например,  $y=x-3$ , О.О.Ф.:  $x$  - любое число, т.к. вычитание выполняется всегда  $y=x^2-3x$ ,

О.О.Ф.:  $x$  - любое число, т.к. действия: умножение, возведение в квадрат и вычитание выполняются всегда.

$y = \frac{5}{x}$ , О.О.Ф.:  $x$  - любое число, кроме  $0$ , т.к. на нуль делить нельзя.

II Изучение нового материала.

1) Рассмотрим функцию  $y = (x+2)(x-3)(x-5)$ , О.О.Ф.-  $x$  - любое число. Нули функции  $-2; 3; 5$ .

Эти числа разбивают О.О.Ф. на промежутки:  $(-\infty; -2)$ ;  $(-2;3)$ ;  $(3;5)$ ;  $(5; +\infty)$ .

Выражение  $(x+2)(x-3)(x-5)$ , - произведение 3<sup>х</sup> множителей рассмотрим знак каждого множителя в каждом промежутке с помощью таблицы:

	1	2	3	4
$x+2$	--	+	+	+
$x-3$	--	--	+	+
$x-5$	--	--	--	+

Мы видим, что переходя через нуль функции меняют знак. Это используются при решении неравенств вида:  $(6+x)(3-x)(x+2) > 0$

$$(x-1)(x+4) < 0$$

2) Пример №1

$$(6+x)(x+1)(x-4) < 0.$$

а) Нули функции  $y = (6+x)(x+1)(x-4)$  -6;-1;4.

б) Отметим их на числовой прямой.

	$(-\infty; -6)$	$(-6; -1)$	$(-1; 4)$	$(4; +\infty)$
$x+6$	--	+	+	+
$x+1$	--	--	+	+
$x-4$	--	--	--	+

Т.к.  $(x+6)(x+1)(x-4) < 0$ , т.е. отрицательно =>

$$\text{Ответ: } (-\infty; -6) \cup (-1; 4)$$

Этот способ решения неравенств называется методом интервалов.

III Решение задач.

Решите неравенство, используя метод интервалов.

а)  $(x+8)(x-5) > 0$

б)  $(x-14)(x+10) < 0$

в)  $(x-3,5)(x+8,5) > 0$

г)  $(x+25)(x-30) < 0$

д)  $(x+6)(x-6) > 0$

е)  $(x^{-1/3})(x^{-1/5}) < 0$

## ТЕМА 11. ДРОБНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

I Изучение нового материала.

1) Рассмотрим уравнения:

$$2x+5=3x-4.$$

$$\frac{x-1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{x}{6}$$

$$\frac{x-4}{2x+1} = \frac{x-9}{x}$$

В: Чем отличаются эти уравнения?

О: Тем, что два из них содержат дроби.

В: Какие будут легче решаться и почему?

О: Уравнения, которые не содержат дроби.

Итак, наша задача преобразовать дробные уравнения так, чтобы дробей не стало.

2) Задание: Как можно преобразовать равенство  $7=7$

Обе части равенства можно умножить на одно и тоже число, делить на одно и тоже отличное от нуля число.

$$7=7 \quad | *2$$

$$14=14$$

Следовательно,  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

В: На что нужно умножить равенство, чтобы исчезли дроби? Умножить обе части равенства на 3.

$$\frac{1}{3} * 3 = \frac{1}{3} * 3 \Rightarrow 1=1$$

Вывод: чтобы избавиться от дроби в равенстве, надо обе части умножить на общий знаменатель.

3) Решим уравнение:

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{3} = \frac{5x}{6} \quad \text{Общий знаменатель-6.}$$

$$3(x-1)+2x*2=5x.$$

$$3x-3+4x=5x$$

По ходу решения вспоминать решение линейных уравнений.

$$3x+4x-5x=3$$

$$2x=3 \quad | :2$$

$$x=3/2$$

II Решение задач.

$$\frac{8}{x} = 3x + 2 \quad | *x$$

$$8 = 3x^2 + 2x$$

$$3x^2 - 8 = 0$$

$$a=3; b=2; c=-8.$$

$$D=b^2-4ac=2^2-4*3*(-8)=4+96=100=10^2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + 10}{2*3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - 10}{6} = -\frac{12}{6} = -2 \quad \text{Ответ: } \frac{4}{3}; -2$$

2) Закончить решение:

$$\frac{5}{y-2} - \frac{1}{y} = 5 \quad | * y(y-2)$$

$$\frac{5}{\cancel{y-2}} * y(\cancel{y-2}) - \frac{1}{\cancel{y}} * y(y-2) = 5y(y-2)$$

$$5y - (y-2) = 5y^2 \dots\dots\dots$$

.....

По ходу решения повторяются случаи умножения одночлена на многочлен.

3) Решите самостоятельно:

$$\frac{6}{x-3} - \frac{1}{x} = 2$$

4) Решите уравнения:

а)  $\frac{10}{2x-3} = x-1$

б)  $\frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0$

в)  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+3}{x-4} = 0$

г)  $\frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1$

д)  $\frac{2y-2}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5$

### **Заключение.**

Дидактические материалы в учебном пособии были составлены и отработаны авторами с учетом особенностей организации учебно-воспитательного процесса по технологии интегрированного обучения учащихся с отклонениями в развитии в условиях общеобразовательного класса в 5-9 классах. Упражнения и задания были дифференцированно отработаны педагогами с учащимися с ЗПР на индивидуальных коррекционных занятиях, были предложены им для самостоятельного выполнения в домашних условиях, а также использовались на разных этапах уроков математики в 5-9 классах.

Авторы надеются на то, что материалы пособия смогут оказать практическую помощь всем заинтересованным педагогам в обучении и воспитании детей с ЗПР подросткового возраста, и выражают благодарность всем, кто откликнется и пришлет свои отзывы на данное пособие по адресу

**[mouchel73@mail.ru](mailto:mouchel73@mail.ru)**

### Список литературы:

1. Алгебра: учеб. для 7 класса общеобразовательных учреждений/ [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]-М.: «Просвещение».-5-е изд.-М.: Просвещение, 2017.
2. Дидактические материалы. Алгебра и начала анализа. 8-11 кл./ Звавич Л.И.- М.: Дрофа, 2002.
3. Книга для учителя. Математика. Методические рекомендации к учебнику 5 класса. С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др. – М.: Просвещение, 2016 г.
4. Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В, Ткачева М.В. и др. Рабочая тетрадь по алгебре для 8 класса общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2015.
5. Математика. 6 класс: поурочные планы по учебнику Г.В. Дорофеева, С.Б. Суворовой, И.Ф. Шарыгина и др. в 2-х частях/автор-составитель Т.Ю. Дюмина - Волгоград: Учитель, 2006.
6. Математика. 7- 9 кл.: Контрольные работы. К учебным комплектам под ред. Г.В. Дорофеева: Методическое пособие /Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева, Л.О. Рослова. -М.: Просвещение, 2013.
7. Математика. 7 кл.: Дидактические материалы к учебнику под ред. Г.В. Дорофеева «Математика 7. Арифметика, алгебра, анализ данных»/ Карп А.П., Евстафьева Л.П.- М.: Просвещение, 2016.
8. Математика. 7 класс: Рабочая тетрадь к учебнику под редакцией Г.В. Дорофеева/ Минаева С.С., Рослова Л.О. -М.: Просвещение,2016 г.
9. Математика: 6 кл.: Методическое пособие к учебному комплексу под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина «Математика 6»\ С.Б. Суворова, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева и др.- 2 изд.- М.: Просвещение, 2016.
- 10.Математика: 7-9 кл.: контрольные работы к учебным комплектам под ред.Г.В. Дорофеева: Методическое пособие/ Л.В.Кузнецов, С.С. Минаева, Л.О. Рослова-М.:Дрофа,2013.
- 11.Математика: 9 класс: Книга для учителя./С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева - М.: Просвещение, 2016.



12. Математика: алгебра. Функции. Анализ данных: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений/ [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]; под ред. Г.В. Дорофеева.-3-е изд., с испр.-М.: Просвещение, 2017.
13. Математика: дидактические материалы для 6 кл. общеобразовательных учреждений/ [Г.В. Дорофеев, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева, С.Б. Суворова].– М.: Просвещение, 2016
14. Математика: дидактические материалы для 9 классов общеобразовательных учреждений./ Л.П.Евстафьева, А.П. Карп - М.: Просвещение, 2016
15. Математика: контрольные работы для 5-6 кл. общеобразовательных учреждений: кн. для учителя/ [Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева, Л.О. Рослова Н.В., Сафонова]- 2 изд.- М.: Просвещение, 2016.
16. Математика: рабочая тетрадь для 6 кл. общеобразовательных учреждений/ Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова-2 изд.- М.: Просвещение, 2017.
17. Математика: учебник для 5 класса общеобразовательных учреждений/ [Г.В. Дорофеев, Е.А. Бунимович и др.]; 5-е изд.- М.: Просвещение, 2016 г.
18. Математика: учебник для 6 кл. общеобразовательных учреждений/ [Г.В. Дорофеев, Е.А. Бунимович и др.]; 5-е изд.- М.: Просвещение, 2017 г.
19. Рабочая тетрадь для 5 класса общеобразовательных учреждений/[ Е.А. Бунимович, К.А. Краснянская и др. ]– М.: Просвещение, 2017г.
20. Разработки уроков, методические разработки. Математика 5-6 класс/ Шохов В.И.-М: Илекса, 2007.
21. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре 9 класс/ Л.В. Кузнецова -М.:, 2008
22. Тематическое планирование по математике 5-6 класс/Т.А. Бурмистрова- М.: Просвещение, 2007.
23. Тесты к школьному курсу: Алгебра.8 класс: Справочное пособие. – М: АСТ – ПРЕСС, 1998.

24. Упражнения в обучении математике/ Саранцев Г. И. – М: Просвещение, 1995.